

Theoretische Informatik I

Prof. Dr. Christoph Kreitz / Dr. Eva Richter

Universität Potsdam, Theoretische Informatik, Wintersemester 2007

Blatt 8 (Version 1) — Abgabetermin: 17. Dezember, 12:30 Uhr

Aufgabe 8.1

Sei L die Menge der aussagenlogischen Formeln über den Terminalsymbolen $T = \{A, B, C, a, b, c, (,), \wedge, \vee, \Rightarrow, \neg\}$, wobei Aussagenvariablen mit einem Großbuchstaben (A, B oder C) beginnen, dem Kleinbuchstaben (a, b oder c) folgen können. Beispielsweise ist $(A \wedge B) \Rightarrow \neg(Ca \vee Cb)$ eine gültige Formel, $(X \wedge \wedge B) \neg \vee C$ dagegen nicht.

1. Geben Sie eine möglichst einfache kontextfreie Grammatik an, die genau die wohlgeformten aussagenlogischen Formeln über T erzeugt (da die Grammatik möglichst einfach sein soll, wird sie wahrscheinlich mehrdeutig sein).
2. Geben Sie eine linksseitige und eine rechtsseitige Ableitung für den Ausdruck

$$A \wedge (((A \Rightarrow Bac) \vee (C \Rightarrow \neg C)) \Rightarrow Bac)$$

an. Geben Sie für eine der Ableitungen einen Ableitungsbaum an.

3. Geben Sie eine eindeutige kontextfreie Grammatik für L an, welche die üblichen Vorrangs- und Assoziativitätsregeln beachtet (Klammern binden am stärksten, dann folgen $\neg$, $\wedge$, $\vee$ und $\Rightarrow$; $\wedge$ und $\vee$ sind linksassoziativ, $\Rightarrow$ ist rechtsassoziativ).

Aufgabe 8.2

Sei $G = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aS, S \rightarrow aSbS, S \rightarrow \varepsilon\}, S)$ eine kontextfreie Grammatik.

1. Zeigen Sie, dass G mehrdeutig ist. Geben Sie dazu für die Zeichenkette $aab \in L(G)$ zwei verschiedene Ableitungsbäume, zwei verschiedene linksseitige Ableitungen und zwei verschiedene rechtsseitige Ableitungen an.
2. Beschreiben Sie, welche Sprache G erzeugt.
3. Geben Sie eine eindeutige Grammatik an, welche die Sprache $L(G)$ erzeugt.

Aufgabe 8.3

Gegeben ist die kontextfreie Grammatik $G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$, wobei P die folgenden Regeln enthält: $S \rightarrow aS \mid Sb \mid a \mid b$.

1. Beweisen Sie durch Induktion über die Wortlänge, dass kein Wort aus $L(G)$ das Teilwort ba enthält.
2. Beschreiben Sie die Sprache $L(G)$ informell. Begründen Sie Ihre Antwort.

Hausaufgabe 8.4

Gegeben sind die folgenden Grammatiken $G_i = (\{A, B, C, S\}, \{a, b\}, P_i, S)$ mit den Regeln

$$P_1 = \{S \rightarrow aAbB, A \rightarrow CaAb, B \rightarrow \varepsilon, C \rightarrow \varepsilon\}$$

$$P_2 = \{S \rightarrow aa \mid bb \mid aAa \mid bAb \mid \varepsilon, A \rightarrow aAa \mid bAb \mid aa \mid bb\}$$

$$P_3 = \{S \rightarrow AaB \mid B \mid \varepsilon, aB \rightarrow b \mid bb \mid \varepsilon, B \rightarrow bb \mid Bbb, A \rightarrow a \mid \varepsilon\}$$

$$P_4 = \{S \rightarrow \varepsilon \mid aS \mid bA, A \rightarrow \varepsilon \mid Ab\}$$

Bestimmen Sie die erzeugten Sprachen $L(G_1), \dots, L(G_4)$.

Hausaufgabe 8.5

Sei L die Menge der regulären Ausdrücke über den Terminalsymbolen $T = \{a, b, (,), +, *, \emptyset, e\}$. Dabei sollen a und b die einzigen Zeichen sein, die von regulären Ausdrücken in L erzeugt werden können. Um Verwechslungen vorzubeugen, wird in L das leere Wort durch e statt durch ε dargestellt. Ein gültiger regulärer Ausdruck aus L ist zum Beispiel $(a + b + e)^*ab$.

1. Geben Sie eine möglichst einfache kontextfreie Grammatik an, die genau die gültigen regulären Ausdrücke über T (d.h. die regulären Ausdrücke über dem Alphabet $\{a, b\}$) erzeugt (da die Grammatik möglichst einfach sein soll, wird sie wahrscheinlich mehrdeutig sein).
2. Geben Sie eine linksseitige und eine rechtsseitige Ableitung für den Ausdruck $a(a + b)^*ba$ an. Geben Sie für eine der Ableitungen einen Ableitungsbaum an.
3. Geben Sie eine eindeutige kontextfreie Grammatik für L an, welche die üblichen Vorrangs- und Assoziativitätsregeln beachtet (Klammern binden am stärksten, dann folgen $*$, Verkettung und $+$; Verkettung und $+$ sind beide linksassoziativ).

Hausaufgabe 8.6

Gegeben sei die Sprache

$$L = \{a^n b^m c^{m+n} \mid n, m \geq 0\}.$$

1. Geben Sie eine Grammatik vom Typ 2 an, die L erzeugt.
2. Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas, daß L nicht regulär ist.