Übung zur Vorlesung

Theoretische Informatik I

Prof. Dr. Christoph Kreitz / Dr. Eva Richter
Universität Potsdam, Theoretische Informatik, Wintersemester 2007

Blatt 9 (Version 1) — Abgabetermin: 7.Januar 2008, 12:30 Uhr

Aufgabe 9.1

Wir betrachten die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, < ausdr >)$ mit

$V = \{< ausdr >, < term >, < faktor >\}$ und $\Sigma = \{a, +, \times, (,)\}$.

Die Regeln sind

$$\begin{aligned} P = \{< ausdr > &\rightarrow < ausdr > + < term > \mid < term > \\ < term > &\rightarrow < term > \times < faktor > \mid < faktor > \\ (< faktor >) &\rightarrow < ausdr > |a\} \end{aligned}$$

1. Geben Sie die Ableitungsbäume für jeden der folgenden Zeichenketten an (benutzen Sie dazu Abkürzungen A für $< ausdr >$, T für $< term >$ und F für $< faktor >$.
   (a) a
   (b) $a + a$
   (c) $a + a + a$
   (d) $((a))$
2. Konstruieren Sie einen PDA, der genau die Sprache $L(G)$ akzeptiert.

Aufgabe 9.2

Gegeben ist der PDA $A = (\{q, p\}, \{0, 1\}, \{Z_0, X\}, \delta, q, Z_0, \{p\})$ mit folgender Übergangsfunktion:

$$\begin{aligned} \delta(q, 0, Z_0) &= \{(q, XZ_0)\} \\ \delta(q, 0, X) &= \{(q, XX)\} \\ \delta(q, 1, X) &= \{(q, X)\} \\ \delta(q, \varepsilon, X) &= \{(p, \varepsilon)\} \\ \delta(p, \varepsilon, X) &= \{(p, \varepsilon)\} \\ \delta(p, 1, X) &= \{(p, XX)\} \\ \delta(p, 1, Z_0) &= \{(p, \varepsilon)\} \end{aligned}$$

Geben Sie, ausgehend von der Anfangskonfiguration (q, w, Z_0), alle mit den Eingaben $w = 0011$ und $w = 010$ erreichbaren Konfigurationen an.

Aufgabe 9.3

Geben Sie PDAs für die folgenden Sprachen an und erläutern Sie Ihre Konstruktionen.

1. $L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w$ enthält die gleiche Anzahl der Symbole a und $b\}$.
2. $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i = j$ oder $j = k\}$.
3. $L_3 = \{a, b\}^* - \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$.

Hausaufgabe 9.4

Sei $L = \{a^{n-m}b^n c^m \mid n, m \in \mathbb{N}, n \geq m\}$.

1. Geben Sie einen PDA $A = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ an, der die Sprache L akzeptiert und erläutern Sie kurz Ihre Konstruktion.

2. Geben Sie eine Ableitung (eine Folge von Konfigurationen) des Automaten A für das Wort $abbbcc$ an.

3. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik $G = (V, T, P, S)$ an, welche die Sprache L erzeugt und erläutern Sie kurz Ihre Konstruktion.

Hausaufgabe 9.5

Sei L die Menge aller Wörter über dem Alphabet $\{a, b\}$, die doppelt so viele a's wie b's enthalten. Geben Sie einen PDA A an, der die Sprache L durch einen leeren Stack akzeptiert. Erläutern Sie kurz Ihre Konstruktion.

Hausaufgabe 9.6

Geben Sie einen PDA für das Alphabet $\{(,), a\}$ an, der genau alle Zeichenketten mit „richtig“ verschachtelten Klammern akzeptiert. Beispielsweise ist (a) und $(a(aa))$ gültige Ausdrücke, $(a)a)($ aber nicht.