

# Theoretische Informatik II

Prof. Christoph Kreitz / Jens Otten

Universität Potsdam, Theoretische Informatik — Sommersemester 2007

Blatt 1 — Abgabetermin: 30. April 2007, 10.00 Uhr

## Quiz 1

Markieren Sie die nachfolgenden Aussagen als wahr (w) oder falsch (f).

- [ ] Ein Abakus kann als Modell zur Definition der Berechenbarkeit dienen.
- [ ] Der Konfigurationsübergang  $(111, q_1, 111) \vdash (11, q_0, 0111)$  entsteht, wenn eine nichtdeterministische Turingmaschine eine 0 auf das Band schreibt und den Kopf nach links bewegt.
- [ ] Jede entscheidbare Sprache ist rekursiv aufzählbar.
- [ ] Eine deterministische Turingmaschine, die den Nachfolger einer natürlichen Zahl berechnet, muss mindestens einen akzeptierenden Zustand haben.
- [ ] Für die Rechenzeit  $t_M(w)$  und den Speicherbedarf  $s_M(w)$  einer Turingmaschine  $M$  auf die Eingabe  $w$  gilt  $s_M(w) \leq t_M(w) + 1$ .

(1 Punkt bei 2/3 korrekten Antworten, 2 Punkte bei 4/5 korrekten Antworten.)

### Aufgabe 1.1 (Akzeptierende Turingmaschinen)

Geben Sie eine Turingmaschine  $M = (Q, \{0, 1\}, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$  an, die die Sprache  $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w| \equiv_{\text{mod } 3} 2\}$  akzeptiert. Geben Sie  $\delta$  durch eine Übergangstabelle und ein Übergangsdiagramm an.

### Aufgabe 1.2 (Berechnende Turingmaschinen)

Sei  $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{0, 1\}, \{0, 1, B\}, \delta, q_0, B, \{\})$  eine Turingmaschine mit  $\delta(q_0, 0) = (q_0, 0, R)$ ,  $\delta(q_0, 1) = (q_0, 1, R)$ ,  $\delta(q_0, B) = (q_1, B, L)$ ,  $\delta(q_1, 0) = (q_2, 1, L)$ ,  $\delta(q_1, 1) = (q_1, 0, L)$ ,  $\delta(q_1, B) = (q_2, 1, L)$ ,  $\delta(q_2, 0) = (q_2, 0, L)$ ,  $\delta(q_2, 1) = (q_2, 1, L)$ ,  $\delta(q_2, B) = (q_3, B, R)$ .

- a) Stellen Sie  $\delta$  durch eine Übergangstabelle und ein Übergangsdiagramm dar.
- b) Geben Sie die Konfigurationsübergänge bei Eingabe der Wörter 100 und 111 an.
- c) Geben Sie die Funktion  $f_M$  an, die durch  $M$  berechnet wird.

### Hausaufgabe 1.3 (Berechnende Turingmaschinen)

[3 Punkte]

Geben Sie eine Turingmaschine  $M = (Q, \{a, b\}, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$  mit  $|Q| \leq 6$  an, die die Funktion  $f(a^n) = a^n b^n$  für  $n \in \mathbb{N}$  berechnet. Beschreiben Sie knapp und präzise wie Ihre Turingmaschine funktioniert. Denken Sie daran, dass Ihre Turingmaschine für nicht definierte Eingaben nicht anhalten darf.

**Hausaufgabe 1.4** (Terminierung von Turingmaschinen)

[3 Punkte]

- a) Sei  $M_a = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$  eine Turingmaschine, die maximal  $s \in \mathbb{N}$  viele Bandzellen benutzt und bei jeder Eingabe nach endlich vielen Schritten stoppt. Geben Sie die maximale Anzahl von Rechenschritten an, die  $M_a$  ausführen kann.
- b) Sei  $M_b = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$  eine Turingmaschine mit  $|Q|=2$  und  $|\Gamma|=2$ . Für jede Eingabe existiert ein  $\alpha, \beta \in \Gamma^*$ , so dass  $M_b$  die Konfigurationen  $\dots \vdash^+ (\alpha, q_1, X_1\beta) \vdash^+ (\alpha, q_2, X_2\beta) \vdash^+ (\alpha, q_3, X_3\beta) \vdash^+ (\alpha, q_4, X_4\beta) \vdash^+ (\alpha, q_5, X_5\beta) \vdash^+ \dots$  durchläuft, mit  $q_i \in Q, X_i \in \Gamma$ . Geben Sie die von  $M_b$  akzeptierte Sprache  $L(M_b)$  an.

**Hausaufgabe 1.5** (“Bandkompression”)

[3 Punkte]

Zeigen Sie, dass für jede Funktion  $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$  gilt: Falls  $f$  von einer Turingmaschine  $M_f = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$  berechnet werden kann, die für jede Eingabe  $w$  maximal  $2 \cdot s(|w|)$  Zellen auf dem Band benutzt, dann gibt es eine Turingmaschine  $M'_f = (Q', \Sigma', \Gamma', \delta', q'_0, B, F')$ , die ebenfalls  $f$  berechnet, aber nur  $s(|w|)$  Zellen auf dem Band benötigt. Tipp: Benutzen Sie zur Realisierung von  $M'_f$  eine Turingmaschine mit 2 Spuren, die durch eine Übergangsfunktion  $\delta' : Q' \times (\Gamma' \times \Gamma') \rightarrow Q' \times (\Gamma' \times \Gamma') \times \{L, R\}$  spezifiziert wird, und geben Sie  $\delta'$  für  $M'_f$  in Abhängigkeit von  $\delta$  an.

**Hausaufgaben:**

Für jede Hausaufgabe können Sie maximal 3 Punkte bekommen. Die Vergabe der Punkte richtet sich nach den folgenden Regeln:

3 Punkte – die Aufgabe wurde im Wesentlichen korrekt gelöst

2 Punkte – die Aufgabe wurde nur teilweise gelöst

1 Punkt – die Lösung der Aufgabe enthielt größere Fehler oder Lücken

0 Punkte – die Aufgabe wurde nicht gelöst oder enthielt sehr viele Fehler oder Lücken

**Sprechstunden:**

Haben Sie Fragen, Anregungen oder Probleme? Lassen Sie es uns wissen!

- **Tutoren** (vor Raum 1.18): Dienstag 10.45 bis 11.45 Uhr (Marcel Goehring), Dienstag 13.00 bis 14.00 Uhr (Jan Schwarz), Mittwoch 12.20 bis 13.20 Uhr (Holger Trölenberg), Donnerstag 10.30 bis 11.30 Uhr (Jens Steinborn), Donnerstag 11.30 bis 12.30 Uhr (Ellen König), Donnerstag 15.30 bis 16.30 Uhr (Marius Schneider).
- **Jens Otten** (Raum 1.20, jeotten@cs.uni-potsdam.de, Tel. 0331/977 3072): immer, wenn die Türe des Raumes 1.20 offen steht, und am Donnerstag 14.30 bis 15.30 Uhr.
- **Prof. Christoph Kreitz** (Raum 1.18, kreitz@cs.uni-potsdam.de, Tel. 0331/977 3060): immer, wenn die Türe des Raumes 1.18 offen steht, und am Mittwoch 9.30 bis 10.30 Uhr.

# Theoretische Informatik II

Prof. Christoph Kreitz / Jens Otten

Universität Potsdam, Theoretische Informatik — Sommersemester 2007

Quiz 1 — Abgabetermin: 23./24. April 2007 in der Übungsgruppe

---

## Quiz 1

Markieren Sie die nachfolgenden Aussagen als wahr (w) oder falsch (f).

- [ ] Ein Abakus kann als Modell zur Definition der Berechenbarkeit dienen.
- [ ] Der Konfigurationsübergang  $(111, q_1, 111) \vdash (11, q_0, 0111)$  entsteht, wenn eine nichtdeterministische Turingmaschine eine 0 auf das Band schreibt und den Kopf nach links bewegt.
- [ ] Jede entscheidbare Sprache ist rekursiv aufzählbar.
- [ ] Eine deterministische Turingmaschine, die den Nachfolger einer natürlichen Zahl berechnet, muss mindestens einen akzeptierenden Zustand haben.
- [ ] Für die Rechenzeit  $t_M(w)$  und den Speicherbedarf  $s_M(w)$  einer Turingmaschine  $M$  auf die Eingabe  $w$  gilt  $s_M(w) \leq t_M(w) + 1$ .

(1 Punkt bei 2/3 korrekten Antworten, 2 Punkte bei 4/5 korrekten Antworten.)