Übung zur Vorlesung

Theoretische Informatik II

Prof. Christoph Kreitz / Jens Otten

Universität Potsdam, Theoretische Informatik — Sommersemester 2007

Blatt 4 — Abgabetermin: 21. Mai 2007, 10.00 Uhr

Quiz 4

Markieren Sie die nachfolgenden Aussagen als wahr (w) oder falsch (f).

[   ] Die Variable x kommt im λ-Term $\lambda y.(\lambda x.x)x$ frei vor.

[   ] Jede totale rekursive Funktion lässt sich durch einen λ-Term darstellen.

[   ] Die natürliche Zahl 22 wird als λ-Term dargestellt durch das Church Numeral $\lambda f.\lambda x.f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(fx))))))))))))))))))))))$.

[   ] Aus dem λ-Term $(\lambda x.x\lambda x.xx)z$ wird durch β-Reduktion (Applikation) der Term $z\lambda x.xx$.

[   ] Wird eine β-Reduktion auf einen λ-Term angewendet, dann ist der entstehende λ-Term stets kleiner als der ursprüngliche Term.

(*1 Punkt* bei 2/3 korrekten Antworten, *2 Punkte* bei 4/5 korrekten Antworten.)

Aufgabe 4.1 (Berechnungen im λ-Kalkül)

a) Überführen Sie den λ-Term $(\lambda x.(\lambda y.\ x\ y\ x\ y)\ f)\ g$ durch β-Reduktionen (Applikationen) auf zwei verschiedene Wege in den λ-Term $((g\ f)\ g)\ f$.

b) Berechnen Sie (durch Andwendung von β-Reduktionen) den folgenden λ-Term:

$$(\lambda p.\lambda q.\lambda r.\lambda s.\ p\ (q\ r)\ s)\ (\lambda r.\lambda s.\ r\ (r\ s))\ (\lambda r.\lambda s.\ r\ (r\ s))$$

c) Geben Sie einen λ-Term zur Berechnung der Funktion $f : I\!N \to I\!N$ mit $f(n) = (n+1) * (n+1)$ an. Kombinieren Sie dazu die entsprechenden λ-Terme der μ-rekursiven Grundfunktionen (siehe Folie 12, §5.3).

Aufgabe 4.2 (Church Numerals im λ-Kalkül)

Die Addition von Church Numerals ist im λ-Kalkül definiert durch den folgenden λ-Term:

$$\text{add} = \lambda m.\lambda n.\lambda f.\lambda x.\ m\ f\ (n\ f\ x).$$

a) Berechnen Sie die Werte der λ-Terme $\text{add}\ \overline{2}\ \overline{0}$ und $\text{add}\ \overline{1}\ \overline{2}$.

b) Zeigen Sie, dass $\text{add}\ \overline{n}\ \overline{m} = \text{add}\ \overline{m}\ \overline{n}$ gilt.

Hausaufgabe 4.3 (Berechnungen im λ-Kalkül) *[3 Punkte]*

Geben Sie einen λ-Term zur Berechnung der folgenden Funktionen an.

a) $f : I\!N \to I\!N$ mit $f(n) = n + 3$. Entwickeln Sie die Funktion aus bekannten Grundfunktionen. Berechnen Sie mit Hilfe Ihres λ-Terms den Wert $f(2)$.

b) $exp : I\!N^2 \to I\!N$ mit $exp(m, n) = m^n$. Schauen Sie gegebenfalls in geeigneten Quellen nach. Berechnen Sie mit Hilfe Ihres λ-Terms den Wert $exp(2, 2)$.

c) $g : I\!N^2 \to I\!N$ mit $g(m, n) = (m + n) * (m + n)$. Entwickeln Sie die Funktion aus bekannten Grundfunktionen. Berechnen Sie mit Hilfe Ihres λ-Terms den Wert $g(1, 1)$.

Hausaufgabe 4.4 (β-Normalform im λ-Kalkül) *[3 Punkte]*

Ein λ-Term ist in β-Normalform genau dann, wenn er keine weiteren β-Reduktionen mehr zulässt. Gibt es für jeden λ-Term eine β-Normalform? Begründen Sie Ihre Antwort.

Hausaufgabe 4.5 (Church Numerals im λ-Kalkül) *[3 Punkte]*

Die Multiplikation von Church Numerals ist im λ-Kalkül definiert durch den folgenden λ-Term:

$$\text{mul} = \lambda m.\lambda n.\lambda f.\lambda x.\ m\ (n\ f)\ x.$$

a) Berechnen Sie die Werte der λ-Terme $\text{mul}\ \overline{3}\ \overline{0}$ und $\text{mul}\ \overline{1}\ \overline{3}$.

b) Zeigen Sie, dass $\text{mul}\ \overline{m}\,\overline{n}$ den Wert $\overline{m * n}$ ergibt. Benutzen Sie in Ihrem Beweis die vollständige Induktion.

Sprechstunden:

Haben Sie Fragen, Anregungen oder Probleme? Lassen Sie es uns wissen!

- **Tutoren** (vor Raum 1.18): Dienstag 10.45 bis 11.45 Uhr (Marcel Goehring), Dienstag 13.00 bis 14.00 Uhr (Jan Schwarz), Mittwoch 12.20 bis 13.20 Uhr (Holger Trölenberg), Donnerstag 10.30 bis 11.30 Uhr (Jens Steinborn), Donnerstag 13.30 bis 14.30 Uhr (Ellen König), Donnerstag 15.30 bis 16.30 Uhr (Marius Schneider).

- **Jens Otten** (Raum 1.20, jeotten@cs.uni-potsdam.de, Tel. 0331/977 3072): immer, wenn die Türe des Raumes 1.20 offen steht, und am Donnerstag 14.30 bis 15.30 Uhr.

- **Prof. Christoph Kreitz** (Raum 1.18, kreitz@cs.uni-potsdam.de, Tel. 0331/977 3060): immer, wenn die Türe des Raumes 1.18 offen steht, und am Mittwoch 9.30 bis 10.30 Uhr.

Übung zur Vorlesung

Theoretische Informatik II

Prof. Christoph Kreitz / Jens Otten

Universität Potsdam, Theoretische Informatik — Sommersemester 2007

Quiz 4 — Abgabetermin: 14./15. Mai 2007 in der Übungsgruppe

Quiz 4

Markieren Sie die nachfolgenden Aussagen als wahr (w) oder falsch (f).

[ ] Die Variable x kommt im λ-Term $\lambda y.(\lambda x.x)x$ frei vor.

[ ] Jede totale rekursive Funktion lässt sich durch einen λ-Term darstellen.

[ ] Die natürliche Zahl 22 wird als λ-Term dargestellt durch das Church Numeral $\lambda f.\lambda x.f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(fx)))))))))))))))))))))$.

[ ] Aus dem λ-Term $(\lambda x.x\lambda x.xx)z$ wird durch β-Reduktion (Applikation) der Term $z\lambda x.xx$.

[ ] Wird eine β-Reduktion auf einen λ-Term angewendet, dann ist der entstehende λ-Term stets kleiner als der ursprüngliche Term.

(*1 Punkt* bei 2/3 korrekten Antworten, *2 Punkte* bei 4/5 korrekten Antworten.)

Name:

Matrikelnummer:

Übungsgruppe:
