Übung zur Vorlesung

Theoretische Informatik II

Prof. Christoph Kreitz / Jens Otten

Universität Potsdam, Theoretische Informatik — Sommersemester 2007

Blatt 8 — Abgabetermin: 18. Juni 2007, 10.00 Uhr

Quiz 8

Markieren Sie die nachfolgenden Aussagen als wahr (w) oder falsch (f).

[ ] Die Menge der Turingmaschinen, die streng monotone Funktionen berechnen, ist nicht entscheidbar.

[ ] Das Komplement $\overline{PKP}$ des Post'schen Korrespondenzproblems ist aufzählbar.

[ ] Die Menge $\{(G_1, G_2) \mid L(G_1) = L(G_2)$ für kontextfreie Grammatiken G_1 und $G_2\}$ ist nicht entscheidbar.

[ ] Falls $A \leq B$ und B nicht entscheidbar ist, dann ist auch A nicht entscheidbar.

[ ] Falls ein Rechner zur Lösung eines bestimmten Problems für die Eingabelänge n genau 3^n Rechenschritte benötigt, dann kann ein 10000-mal schnellerer Rechner innerhalb der gleichen Zeit Eingaben der Länge $n + 10$ dieses Problems lösen.

(*1 Punkt* bei 2/3 korrekten Antworten, *2 Punkte* bei 4/5 korrekten Antworten.)

Aufgabe 8.1 (Post'sches Korrespondenzproblem)

Sei Σ ein endliches Alphabet. Das Post'sche Korrespondenzproblem ist definiert als $PKP = \{((u_1, v_1), \ldots, (u_k, v_k)) \mid u_i, v_i \in \Sigma^+$ und $\exists i_1, \ldots, i_n$, so dass $u_{i_1} \ldots u_{i_n} = v_{i_1} \ldots, v_{i_n}\}$. Das modifizierte Post'sche Korrespondenzproblem ist definiert als $MPKP = \{((u_1, v_1), \ldots, (u_k, v_k)) \mid u_i, v_i \in \Sigma^+$ und $\exists i_2, \ldots, i_n$, so dass $u_1 u_{i_2} \ldots u_{i_n} = v_1 v_{i_2} \ldots, v_{i_n}\}$.

a) Sei $K_1 = ((01, 001), (0, 1), (01, 10), (101, 0), (101, 1011))$. Zeigen Sie, welche der folgenden Aussagen gelten: $K_1 \in PKP$, $K_1 \in MPKP$, $K_1 \notin PKP$ und $K_1 \notin MPKP$.

b) Sei $K_2 = ((101, 10), (1, 01), (010, 10), (10, 0))$. Zeigen Sie, welche der folgenden Aussagen gelten: $K_2 \in PKP$, $K_2 \in MPKP$, $K_2 \notin PKP$ und $K_2 \notin MPKP$.

c) Zeigen Sie $PKP \leq MPKP$.

Aufgabe 8.2 (Wachstumssordnungen von Funktionen)

a) Ordnen Sie die folgenden Funktionen $f_i : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ nach ihrem Wachstumsverhalten: $f_1(n) = n$, $f_2(n) = n\ log\ n$, $f_3(n) = n - n^3 + n^5$, $f_4(n) = \sqrt{n}$, $f_5(n) = 3^n$, $f_6(n) = n!$, $f_7(n) = n^{1.5}$, $f_8(n) = n^2 + log\ n$, $f_9(n) = e^n$, $f_{10}(n) = log(log\ n)$, $f_{11}(n) = n^5$.

b) Sei $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ mit $f(n) = 10n^3 + 167n^2 + 10n + 12$ und $g(n) = n^3$. Zeigen Sie, dass $f \in \mathcal{O}(g)$.

c) Sei $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ mit $f(n) = log_a(n)$ und $g(n) = log_b(n)$. Zeigen Sie, dass $f \in \Theta(g)$.

Hausaufgabe 8.3 (Problemreduktionen) *[3 Punkte]*

Sei A ein Alphabet und D die Menge der entscheidbaren Probleme/Mengen über A. Zeigen Sie, dass $M_1 \leq M_2$ für alle $M_1, M_2 \in D \backslash \{\emptyset, A^*\}$ gilt.

Hausaufgabe 8.4 (Post'sches Korrespondenzproblem) *[3 Punkte]*

Sei M^*PKP das wie folgt modifizierte Post'sche Korrespondenzproblem:

$$M^*PKP = \{((u_1, v_1), \ldots, (u_k, v_k), w) \mid u_i, v_i, w \in \Sigma^+ \text{ und } \exists i_1, \ldots, i_n, \text{ so dass } w u_{i_1} \ldots u_{i_n} = v_{i_1} \ldots v_{i_n}\}.$$

Zeigen Sie: $PKP \leq M^*PKP \leq MPKP$.

Hausaufgabe 8.5 (Wachstumsordnungen von Funktionen) *[3 Punkte]*

a) Sei $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(n) = \sum_{m=1}^{n^2} m^3 \, (log\, m)^2 \,,$$

Geben Sie die Wachstumsklasse $\Theta(f)$ der Funktion f in Ihrer einfachsten Form an.

b) Geben Sie zwei Funktionen $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ an, so dass $f \notin \mathcal{O}(g)$ und $g \notin \mathcal{O}(f)$.

c) Sei $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ mit $f \in \Theta(g)$. Zeigen Sie, dass dann $g \in \Theta(f)$ gilt.

Erinnerung – Hausaufgabe 7.5

Denken Sie daran, dass Sie Ihre "Fleißige Biene" Turingmaschinen aus Hausaufgabe 7.5 bis zum 18. Juni 2007, 10 Uhr, an `fleissige.biene@cs.uni-potsdam.de` senden.

Sprechstunden:

Haben Sie Fragen, Anregungen oder Probleme? Lassen Sie es uns wissen!

- **Tutoren** (vor Raum 1.18): Dienstag 10.45 bis 11.45 Uhr (Marcel Goehring), Dienstag 13.00 bis 14.00 Uhr (Jan Schwarz), Mittwoch 12.20 bis 13.20 Uhr (Holger Trölenberg), Donnerstag 10.30 bis 11.30 Uhr (Jens Steinborn), Donnerstag 13.30 bis 14.30 Uhr (Ellen König), Donnerstag 15.30 bis 16.30 Uhr (Marius Schneider).
- **Jens Otten** (Raum 1.20, jeotten@cs.uni-potsdam.de, Tel. 0331/977 3072): immer, wenn die Türe des Raumes 1.20 offen steht, und am Donnerstag 14.30 bis 15.30 Uhr.
- **Prof. Christoph Kreitz** (Raum 1.18, kreitz@cs.uni-potsdam.de, Tel. 0331/977 3060): immer, wenn die Türe des Raumes 1.18 offen steht, und am Mittwoch 9.30 bis 10.30 Uhr.

Theoretische Informatik II

Prof. Christoph Kreitz / Jens Otten

Universität Potsdam, Theoretische Informatik — Sommersemester 2007

Quiz 8 — Abgabetermin: 11./12. Juni 2007 in den Übungsgruppen

---

Quiz 8

Markieren Sie die nachfolgenden Aussagen als wahr (w) oder falsch (f).

[ ] Die Menge der Turingmaschinen, die streng monotone Funktionen berechnen, ist nicht entscheidbar.

[ ] Das Komplement $\overline{PKP}$ des Post'schen Korrespondenzproblems ist aufzählbar.

[ ] Die Menge $\{(G_1, G_2) \mid L(G_1) = L(G_2)$ für kontextfreie Grammatiken G_1 und $G_2\}$ ist nicht entscheidbar.

[ ] Falls $A \leq B$ und B nicht entscheidbar ist, dann ist auch A nicht entscheidbar.

[ ] Falls ein Rechner zur Lösung eines bestimmten Problems für die Eingabelänge n genau 3^n Rechenschritte benötigt, dann kann ein 10000-mal schnellerer Rechner innerhalb der gleichen Zeit Eingaben der Länge $n + 10$ dieses Problems lösen.

(*1 Punkt* bei 2/3 korrekten Antworten, *2 Punkte* bei 4/5 korrekten Antworten.)

Name: **Matrikelnummer:**

Übungsgruppe:
