Übung zur Vorlesung

Theoretische Informatik II

Prof. Christoph Kreitz / Jens Otten

Universität Potsdam, Theoretische Informatik — Sommersemester 2007

Blatt 9 — Abgabetermin: 25. Juni 2007, 10.00 Uhr

Quiz 9

Markieren Sie die nachfolgenden Aussagen als wahr (w) oder falsch (f).

[ ] Es kann in linearer Zeit entschieden werden, ob eine Liste von natürlichen Zahlen geordnet ist.

[ ] Das Bubblesort-Verfahren zum Sortieren einer Liste hat eine Zeitkomplexität von $\mathcal{O}(n\,log\,n)$.

[ ] Ein Hamilton'scher Kreis in einem Graphen $G = (V, E)$ ist ein Kreis, der jede Kante aus E genau einmal enthält.

[ ] Jedes Sortierverfahren hat eine Zeitkomplexität von $\Omega(n\,log_{167}\,n)$.

[ ] Die Addition zweier natürlicher Zahlen der Länge n hat die Zeitkomplexität $\mathcal{O}(167^n)$ (siehe auch Folie 5, §6.2).

(*1 Punkt* bei 2/3 korrekten Antworten, *2 Punkte* bei 4/5 korrekten Antworten.)

Aufgabe 9.1 (Komplexität von Sortierverfahren)

a) Geben Sie ein Sortierverfahren an, das n Zahlen $x_1, \ldots, x_n$ sortiert, mit $k_{min} \leq x_i \leq k_{max}$ für alle $1 \leq i \leq n$ und feste $k_{min}, k_{max} \in \mathbb{N}$, und eine Zeitkomplexität von $\mathcal{O}(n + (k_{max} - k_{min}))$ hat.

b) Wie groß ist die Platzkomplexität Ihres Verfahrens? Ist dies ein geeignetes Sortierverfahren für große Zahlen, falls nur die Einschränkung $k_{min} \leq x_i$ gemacht wird?

Aufgabe 9.2 (Komplexität von Graphenalgorithmen)

a) Sei `Kreis` die Menge aller (ungerichteten) Graphen, die einen Kreis enthalten. Geben Sie eine formale Beschreibung des Problems in der Form `Kreis`$= \{(V, E) \mid \ldots\}$ an.

b) Geben Sie eine knappe und präzise Beschreibung eines Entscheidungsverfahren für `Kreis` an, das eine Zeitkomplexität von $\mathcal{O}(n^k)$ für $k \in \mathbb{N}$ und Eingabelänge n hat.

c) Sei `Euler` die Menge aller (ungerichteten) Graphen, die einen Euler'schen Kreis enthalten. Ein Euler'scher Kreis in einem Graphen $G = (V, E)$ ist ein Kreis, der jede Kante aus E genau einmal enthält. Geben Sie eine formale Beschreibung des Problems in der Form `Euler`$= \{(V, E) \mid \ldots\}$ an.

d) Der *Grad* $grad(v)$ eines Knotens v ist die Anzahl der Kanten, die von dem Knoten v ausgehen. Zeigen Sie, dass $G = (V, E) \in$ `Euler` genau dann, wenn G zusammenhängend ist und $grad(v)$ gerade ist für alle $v \in V$.

Hausaufgabe 9.3 (Komplexität von Sortierverfahren) *[3 Punkte]*

a) Geben Sie ein Sortierverfahren an, das n Wörter $w_1, \ldots, w_n \in A^*$ der Länge k über dem Alphabet $A = \{a_1, \ldots, a_m\}$ für ein festes $m \in I\!N$ sortiert und eine Zeitkomplexität von $\mathcal{O}(k(m+n)) = \mathcal{O}(n)$ hat. Wie groß ist die Platzkomplexität Ihres Sortierverfahrens.

b) Wie ändert sich die Zeitkomplexität Ihres Verfahrens, falls die Größe des Alphabets A linear mit n wächst?

Hausaufgabe 9.4 (Komplexität von Graphenalgorithmen) *[3 Punkte]*

Sei $\texttt{Clique}_k$ die Menge aller (ungerichteten) Graphen, die eine Clique der Größe k enthalten. Eine Clique der Größe k in einem Graphen $G = (V, E)$ ist eine Knotenmenge $V' \subseteq V$, so dass alle Knoten in V' miteinander verbunden sind.

a) Geben Sie eine formale Beschreibung des Problems in der folgenden Form an: $\texttt{Clique}_k = \{(V, E) \mid \ldots\}$.

b) Geben Sie eine knappe und präzise Beschreibung eines Entscheidungsverfahrens für $\texttt{Clique}_k$ an, das eine polynomielle Zeitkomplexität hat.

c) Geben Sie die genaue Zeitkomplexität Ihres Verfahrens an und begründen Sie diese.

Hausaufgabe 9.5 (Probleme mit beliebig großer Zeitkomplexität) *[3 Punkte]*

Beweisen Sie den folgenden Satz:

Sei $t : I\!N \to I\!N$ eine (totale) berechenbare Funktion. Dann gibt es eine entscheidbare Sprache L^t_{Diag}, die von keiner Turingmaschine in Zeit $T_M(n) \in \mathcal{O}(t)$ entschieden werden kann.

Sprechstunden:

Haben Sie Fragen, Anregungen oder Probleme? Lassen Sie es uns wissen!

- **Tutoren** (vor Raum 1.18): Dienstag 10.45 bis 11.45 Uhr (Marcel Goehring), Dienstag 13.00 bis 14.00 Uhr (Jan Schwarz), Mittwoch 12.20 bis 13.20 Uhr (Holger Trölenberg), Donnerstag 10.30 bis 11.30 Uhr (Jens Steinborn), Donnerstag 13.30 bis 14.30 Uhr (Ellen König), Donnerstag 15.30 bis 16.30 Uhr (Marius Schneider).
- **Jens Otten** (Raum 1.20, jeotten@cs.uni-potsdam.de, Tel. 0331/977 3072): immer, wenn die Türe des Raumes 1.20 offen steht, und am Donnerstag 14.30 bis 15.30 Uhr.
- **Prof. Christoph Kreitz** (Raum 1.18, kreitz@cs.uni-potsdam.de, Tel. 0331/977 3060): immer, wenn die Türe des Raumes 1.18 offen steht, und am Mittwoch 9.30 bis 10.30 Uhr.

Übung zur Vorlesung

Theoretische Informatik II

Prof. Christoph Kreitz / Jens Otten

Universität Potsdam, Theoretische Informatik — Sommersemester 2007

Quiz 9 — Abgabetermin: 17./18. Juni 2007 in Ihrer Übungsgruppe

---

Quiz 9

Markieren Sie die nachfolgenden Aussagen als wahr (w) oder falsch (f).

[ ] Es kann in linearer Zeit entschieden werden, ob eine Liste von natürlichen Zahlen geordnet ist.

[ ] Das Bubblesort-Verfahren zum Sortieren einer Liste hat eine Zeitkomplexität von $\mathcal{O}(n\,log\,n)$.

[ ] Ein Hamilton'scher Kreis in einem Graphen $G = (V, E)$ ist ein Kreis, der jede Kante aus E genau einmal enthält.

[ ] Jedes Sortierverfahren hat eine Zeitkomplexität von $\Omega(n\,log_{167}\,n)$.

[ ] Die Addition zweier natürlicher Zahlen der Länge n hat die Zeitkomplexität $\mathcal{O}(167^n)$ (siehe auch Folie 5, §6.2).

(*1 Punkt* bei 2/3 korrekten Antworten, *2 Punkte* bei 4/5 korrekten Antworten.)

Name:

Matrikelnummer:

Übungsgruppe:
