

Theoretische Informatik II

Prof. Christoph Kreitz / Jens Otten

Universität Potsdam, Theoretische Informatik — Sommersemester 2007

Blatt 11 — Abgabetermin: 9. Juli 2007, 10.00 Uhr

Quiz 11

Markieren Sie die nachfolgenden Aussagen als wahr (w) oder falsch (f).

- [] Um zu zeigen, dass 3-SAT \mathcal{NP} -hart ist, wurde gezeigt, dass $\text{SAT} \leq_p \text{3-SAT}$.
- [] Es gibt Sprachen, die \mathcal{NP} -hart sind, aber nicht in \mathcal{NP} liegen.
- [] Sei TSP das Travelling Salesman Problem und HC das (ungerichtete) Hamilton'sche Kreis Problem. Dann gilt $\text{HC} \leq_p \text{TSP}$ aber nicht $\text{TSP} \leq_p \text{HC}$.
- [] Sei GC das Graph Colouring Problem. Um zu zeigen, dass GC \mathcal{NP} -hart ist, muss gezeigt werden, dass $\text{3-SAT} \leq_p \text{GC}$.
- [] Falls $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$, dann gibt es keine Sprache in \mathcal{NP} , die in polynomieller Zeit entscheidbar ist.

(1 Punkt bei 2/3 korrekten Antworten, 2 Punkte bei 4/5 korrekten Antworten.)

Aufgabe 11.1 (Travelling Salesman ist \mathcal{NP} -vollständig)

Sei TSP das Travelling Salesman Problem und HC das Hamilton'sche Kreis Problem.

- a) Zeigen Sie: $\text{TSP} \in \mathcal{NP}$.
- b) Zeigen Sie, dass TSP \mathcal{NP} -hart ist. Benutzen Sie zur Reduktion das Hamilton'sche Kreis Problem, d.h. zeigen Sie $\text{HC} \leq_p \text{TSP}$.

Aufgabe 11.2 (Hierarchie von Komplexitätsklassen)

Die Komplexitätsklassen \mathcal{P} und $\mathcal{EXPTIME}$ sind die Mengen der Sprachen, die von deterministischen Turingmaschinen mit der Zeitschranke t , mit $t \in \mathcal{O}(n^k)$ bzw. $t \in \mathcal{O}(2^{n^k})$ für $k \in \mathbb{N}$, entschieden werden können. Die Komplexitätsklassen \mathcal{L} , \mathcal{PSPACE} und $\mathcal{EXPPSPACE}$ sind die Mengen der Sprachen, die von deterministischen Turingmaschinen mit der Platzschranke s , mit $s \in \mathcal{O}(\log n)$, $s \in \mathcal{O}(n^k)$ bzw. $s \in \mathcal{O}(2^{n^k})$ für $k \in \mathbb{N}$, entschieden werden können.

Zeigen Sie:

$$\mathcal{L} \subseteq \mathcal{P} \subseteq \mathcal{PSPACE} \subseteq \mathcal{EXPTIME} \subseteq \mathcal{EXPPSPACE}$$

Hausaufgabe 11.3 (Independent Set ist \mathcal{NP} -vollständig) [3 Punkte]

Sei **Independent** die Menge der Graphen $G = (V, E)$, für die es eine Menge von k Knoten gibt, die nicht durch Kanten miteinander verbunden sind, d.h. **Independent** = $\{(G, k) \mid G = (V, E) \text{ ist Graph und } \exists V' \subseteq V \text{ mit } |V'| = k \text{ und } \forall u, v \in V' \text{ ist } \{u, v\} \notin E\}$.

- Zeigen Sie: **Independent** $\in \mathcal{NP}$.
- Zeigen Sie, dass **Independent** \mathcal{NP} -hart ist, d.h. $L \leq_p \text{Independent}$ für ein bereits als \mathcal{NP} -vollständig nachgewiesenes Problem L .

Hausaufgabe 11.4 (Das Partitionsproblem ist \mathcal{NP} -vollständig) [3 Punkte]

Sei **Partition** = $\{(a_1, \dots, a_n) \mid a_i \in \mathbb{N} \text{ und } \exists I \subseteq \{1, \dots, n\} \text{ mit } \sum_{i \in I} a_i = \sum_{i \notin I} a_i\}$.

- Zeigen Sie: **Partition** $\in \mathcal{NP}$.
- Zeigen Sie, dass **Partition** \mathcal{NP} -hart ist, d.h. $L \leq_p \text{Partition}$ für ein bereits als \mathcal{NP} -vollständig nachgewiesenes Problem L .

Hausaufgabe 11.5 (Gerade Anzahl von Einsen ist \mathcal{NP} -vollständig?) [3 Punkte]

- Sei Σ ein Alphabet. Zeigen Sie:
Falls es ein $L \subseteq \Sigma^*$ mit $L \notin \{\emptyset, \Sigma^*\}$, $L \in \mathcal{P}$ und $L \notin \mathcal{NPC}$ gibt, dann ist $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$.
- Zeigen oder widerlegen Sie: Die Lösung der folgenden Aufgabe würde das \mathcal{P} versus \mathcal{NP} Problem lösen, d.h. $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$ oder $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$ zeigen:
Zeigen oder widerlegen Sie: Die Sprache $L = \{w \mid \text{Anzahl der Einsen in } w \text{ ist gerade}\}$ über dem Alphabet $\{0, 1\}$ ist \mathcal{NP} -vollständig.

Sprechstunden:

Haben Sie Fragen, Anregungen oder Probleme? Lassen Sie es uns wissen!

- Tutoren** (vor Raum 1.18): Dienstag 10.45 bis 11.45 Uhr (Marcel Goehring), Dienstag 13.00 bis 14.00 Uhr (Jan Schwarz), Mittwoch 12.20 bis 13.20 Uhr (Holger Trölenberg), Donnerstag 10.30 bis 11.30 Uhr (Jens Steinborn), Donnerstag 13.30 bis 14.30 Uhr (Ellen König), Donnerstag 15.30 bis 16.30 Uhr (Marius Schneider).
- Jens Otten** (Raum 1.20, jeotten@cs.uni-potsdam.de, Tel. 0331/977 3072): immer, wenn die Türe des Raumes 1.20 offen steht, und am Donnerstag 14.30 bis 15.30 Uhr.
- Prof. Christoph Kreitz** (Raum 1.18, kreitz@cs.uni-potsdam.de, Tel. 0331/977 3060): immer, wenn die Türe des Raumes 1.18 offen steht, und am Mittwoch 9.30 bis 10.30 Uhr.

Theoretische Informatik II

Prof. Christoph Kreitz / Jens Otten

Universität Potsdam, Theoretische Informatik — Sommersemester 2007

Quiz 11 — Abgabetermin: 2./3. Juli 2007 in Ihrer Übungsgruppe

Quiz 11

Markieren Sie die nachfolgenden Aussagen als wahr (w) oder falsch (f).

- [] Um zu zeigen, dass 3-SAT \mathcal{NP} -hart ist, wurde gezeigt, dass $\text{SAT} \leq_p \text{3-SAT}$.
- [] Es gibt Sprachen, die \mathcal{NP} -hart sind, aber nicht in \mathcal{NP} liegen.
- [] Sei TSP das Travelling Salesman Problem und HC das (ungerichtete) Hamilton'sche Kreis Problem. Dann gilt $\text{HC} \leq_p \text{TSP}$ aber nicht $\text{TSP} \leq_p \text{HC}$.
- [] Sei GC das Graph Colouring Problem. Um zu zeigen, dass GC \mathcal{NP} -hart ist, muss gezeigt werden, dass $\text{3-SAT} \leq_p \text{GC}$.
- [] Falls $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$, dann gibt es keine Sprache in \mathcal{NP} , die in polynomieller Zeit entscheidbar ist.

(1 Punkt bei 2/3 korrekten Antworten, 2 Punkte bei 4/5 korrekten Antworten.)

Name:

Matrikelnummer:

Übungsgruppe:
