

# Theoretische Informatik II

Prof. Christoph Kreitz / Jens Otten

Universität Potsdam, Theoretische Informatik — Sommersemester 2007

Blatt 12 — Abgabetermin: 16. Juli 2007, 10.00 Uhr

---

## Quiz 12

Markieren Sie die nachfolgenden Aussagen als wahr (w) oder falsch (f).

- [ ] Die Menge  $\{L \mid L \leq_p \emptyset\}$  enthält genau ein Element.
- [ ] Eine Sprache, die deterministisch in logarithmischer Zeit entschieden werden kann, ignoriert einen Teil der Eingabe.
- [ ] Es ist bewiesen, dass  $co-\mathcal{P} = \mathcal{P}$  und  $co-\mathcal{NP} = \mathcal{NP}$ .
- [ ] Es gibt 2-Personen-Spiele, die  $\mathcal{PSPACE}$ -vollständig sind.
- [ ] Es gilt  $\mathcal{PSPACE} \subset \mathcal{NPSPACE}$ .

(1 Punkt bei 2/3 korrekten Antworten, 2 Punkte bei 4/5 korrekten Antworten.)

## Aufgabe 12.1 (Komplement deterministischer Zeit-/Platzklassen)

- a) Zeigen Sie, dass deterministische Zeit- und Platzkomplexitätsklassen abgeschlossen sind gegenüber Komplementbildung:

Sei  $\mathcal{C}$  eine deterministische Zeit- bzw. Platzkomplexitätsklasse mit der Zeit- bzw. Platzschranke  $T$  bzw.  $S$  und  $\Sigma$  ein Alphabet. Dann ist  $\mathcal{C} = co-\mathcal{C}$  mit  $co-\mathcal{C} := \{\bar{L} \mid L \in \mathcal{C}\}$  und  $\bar{L} := \Sigma^* \setminus L$ , d.h.  $co-\mathcal{C}$  ist eine Zeit- bzw. Platzkomplexitätsklasse mit der gleichen Zeit- bzw. Platzschranke  $T$  bzw.  $S$ .

- b) Funktioniert der Beweis aus Teil a auch für nichtdeterministische Komplexitätsklassen? Begründen Sie Ihre Aussage.

## Aufgabe 12.2 (Komplexität von Binpack)

Sei  $Binpack = \{(a_1, \dots, a_n, b, k) \mid a_i, b, k \in \mathbb{N} \text{ und } \exists f : \{1..n\} \rightarrow \{1..k\}, \text{ so dass } \forall j \leq k : \sum_{i \in \{i \mid f(i)=j\}} a_i \leq b\}$ . Zeigen Sie  $Binpack \in \mathcal{P}$  oder  $Binpack \in \mathcal{NPC}$ .

**Hausaufgabe 12.3** (Komplement nichtdeterministischer Zeitklassen) [3 Punkte]

Passen Sie das Modell der nichtdeterministischen Turingmaschine derart an, dass es für jede nichtdeterministische Zeitkomplexitätsklasse  $\mathcal{C}$  mit der Zeitschranke  $\mathcal{O}(T)$  die Sprachen in  $\text{co-}\mathcal{C} := \{\bar{L} \mid L \in \mathcal{C}\}$  ebenfalls in Zeit  $\mathcal{O}(T)$  entscheidet.

**Hausaufgabe 12.4** ( $\text{co-NP}$  und  $\mathcal{PSPACE}$ ) [3 Punkte]

- Geben Sie zwei Sprachen an, die in  $\text{co-NP} \cap \text{NP}$  liegen.
- Zeigen Sie: Aus  $\mathcal{P} = \mathcal{PSPACE}$  folgt  $\text{NP} = \text{co-NP}$ .
- Definieren Sie eine Reduktionsrelation  $\leq_i$ , unter der alle nicht-trivialen Sprachen in  $\mathcal{PSPACE}$  auch  $\mathcal{PSPACE}$ -vollständig sind. Die trivialen Sprachen für ein Alphabet  $\Sigma$  sind genau die Sprachen  $\emptyset$  und  $\Sigma^*$ .

**Hausaufgabe 12.5** (Komplexität von **Vertex-Cover**) [3 Punkte]

Sei **Vertex-Cover** das Problem, ob es in einem Graphen  $G = (V, E)$  eine “Knotenüberdeckung” der Größe  $k$  gibt, d.h.  $\text{Vertex-Cover} = \{(G, k) \mid G=(V, E) \text{ ist ein Graph, } k \in \mathbb{N} \text{ und } \exists V' \subseteq V, \text{ so dass } |V'| = k \text{ und } \forall \{u, v\} \in E \text{ gilt } u \in V' \text{ oder } v \in V'\}$ . Zeigen Sie  $\text{Vertex-Cover} \in \mathcal{P}$  oder  $\text{Vertex-Cover} \in \text{NPC}$ .

---

**Sprechstunden:**

Haben Sie Fragen, Anregungen oder Probleme? Lassen Sie es uns wissen!

- **Tutoren** (vor Raum 1.18): Dienstag 10.45 bis 11.45 Uhr (Marcel Goehring), Dienstag 13.00 bis 14.00 Uhr (Jan Schwarz), Mittwoch 12.20 bis 13.20 Uhr (Holger Trölenberg), Donnerstag 10.30 bis 11.30 Uhr (Jens Steinborn), Donnerstag 13.30 bis 14.30 Uhr (Ellen König), Donnerstag 15.30 bis 16.30 Uhr (Marius Schneider).
  - **Jens Otten** (Raum 1.20, jeotten@cs.uni-potsdam.de, Tel. 0331/977 3072): immer, wenn die Türe des Raumes 1.20 offen steht, und am Donnerstag 14.30 bis 15.30 Uhr.
  - **Prof. Christoph Kreitz** (Raum 1.18, kreitz@cs.uni-potsdam.de, Tel. 0331/977 3060): immer, wenn die Türe des Raumes 1.18 offen steht, und am Mittwoch 9.30 bis 10.30 Uhr.
-

# Theoretische Informatik II

Prof. Christoph Kreitz / Jens Otten

Universität Potsdam, Theoretische Informatik — Sommersemester 2007

Quiz 12 — Abgabetermin: 9./10. Juli 2007 in Ihrer Übungsgruppe

---

## Quiz 12

Markieren Sie die nachfolgenden Aussagen als wahr (w) oder falsch (f).

- [ ] Die Menge  $\{L \mid L \leq_p \emptyset\}$  enthält genau ein Element.
- [ ] Eine Sprache, die deterministisch in logarithmischer Zeit entschieden werden kann, ignoriert einen Teil der Eingabe.
- [ ] Es ist bewiesen, dass  $co-\mathcal{P} = \mathcal{P}$  und  $co-\mathcal{NP} = \mathcal{NP}$ .
- [ ] Es gibt 2-Personen-Spiele, die  $\mathcal{PSPACE}$ -vollständig sind.
- [ ] Es gilt  $\mathcal{PSPACE} \subset \mathcal{NPSPACE}$ .

(1 Punkt bei 2/3 korrekten Antworten, 2 Punkte bei 4/5 korrekten Antworten.)

---

Name:

Matrikelnummer:

Übungsgruppe:

---