

Automatisierte Logik und Programmierung I

Prof. Chr. Kreitz

Universität Potsdam, Theoretische Informatik — Wintersemester 2008/09

Blatt 2 — Abgabetermin: 12.11.08 nach der Übung

Das Übungsblatt soll dazu dienen, sich mit dem analytischen Sequenzenkalkül der Refinement Logic und den zugehörigen Themen Substitution, Korrektheit und Gleichheit vertraut zu machen.

Die Aufgaben 2.2-d, 2.2-e und 2.3-c sind schreibintensiv und leichter mit Nuprl zu bearbeiten

Aufgabe 2.1 (Substitution)

Führen Sie die folgenden Substitutionen durch:

$$2.1\text{-a } (\exists y:T.P(x,y,z) \Rightarrow \forall z:T.Q(x,y,z))[f(a)/x]$$

$$2.1\text{-b } (\exists y:T.P(x,y,z) \Rightarrow \forall z:T.Q(x,y,z))[f(a)/z]$$

$$2.1\text{-c } (\exists y:T.P(x,y,z) \Rightarrow \forall z:T.Q(x,y,z))[f(a)/y]$$

$$2.1\text{-d } (\exists y:T.P(x,y,z) \Rightarrow \forall z:T.Q(x,y,z))[f(z)/x]$$

$$2.1\text{-e } (\exists y:T.P(x,y,z) \Rightarrow \forall z:T.Q(x,y,z))[f(y)/z]$$

$$2.1\text{-f } (\exists y:T.P(x,y,z) \Rightarrow \forall z:T.Q(x,y,z))[f(x)/z]$$

Aufgabe 2.2 (Refinement Logic)

Beweisen Sie die folgenden Formeln mit Hilfe des Kalküls der Refinement Logic. Beachten Sie, daß manche Beweise nur mit Hilfe der *magic*-Regel an geeigneter Stelle zu führen sind:

$$2.2\text{-a } (\neg A \vee \neg B) \wedge A \wedge B \Rightarrow \forall x:T_1. \exists y:T_2. Q(f(y, g(f(y, g(x)))))) \vee \neg P(f(x, g(y)))$$

$$2.2\text{-b } \neg(\forall x:T.P(x)) \Rightarrow \exists x:T. \neg P(x)$$

$$2.2\text{-c } \forall 0:\mathbb{N}. (\forall n,m:\mathbb{N}. \geq(n,m) \Rightarrow \geq(s(n),m)) \wedge \geq(s(0),0) \Rightarrow \geq(s(s(0)),0)$$

$$2.2\text{-d } \begin{aligned} & \forall a,b,c:\text{Kiste}. \text{Auf}(a,b) \wedge \text{Auf}(b,c) \wedge \text{Rot}(c) \wedge \neg \text{Rot}(a) \\ \Rightarrow & \exists x,y:\text{Kiste}. \text{Auf}(y,x) \wedge \neg \text{Rot}(y) \wedge \text{Rot}(x) \end{aligned}$$

$$2.2\text{-e } \begin{aligned} & (\forall x:\text{Mensch}. \exists y:\text{Mensch}. \text{Vater}(y,x) \\ \wedge & \forall x,y,z:\text{Mensch}. \text{Vater}(y,x) \wedge \text{Vater}(z,y) \Rightarrow \text{GroßVater}(z,x)) \\ \Rightarrow & \forall x:\text{Mensch}. \exists y:\text{Mensch}. \text{GroßVater}(y,x) \end{aligned}$$

Aufgabe 2.3 (Gleichheit)

Beweisen Sie folgende Formeln mit den Regeln der Refinement Logic:

$$2.3\text{-a } \vdash \forall n,m:\mathbb{N}. m=n \Rightarrow s(n)=s(m)$$

$$2.3\text{-b } \vdash \forall a:0. (g(g(g(a)))=a \wedge g(g(g(g(g(a))))=a) \Rightarrow g(a)=a$$

$$2.3\text{-c } \vdash \forall 0:\mathbb{N}. \quad \begin{aligned} & (\forall n,m:\mathbb{N}. \text{plus}(n,s(m))=s(\text{plus}(n,m)) \wedge \text{plus}(n,0)=n) \\ \Rightarrow & \text{plus}(s(s(0)),s(s(s(0)))) = s(s(s(s(s(0)))))) \end{aligned}$$

Aufgabe 2.4 (Korrektheit von Regeln)

Beweisen Sie die Korrektheit der folgenden Regeln der Refinement Logic:

$$2.4\text{-a } \text{orE}$$

$$2.4\text{-b } \text{impE}$$

$$2.4\text{-c } \text{exE}$$