

Tutorium, 05.11.2008

Notiztitel

11/5/2008

Beweise !!

DEA

Quersumme von x durch 3 teilbar
 $\Rightarrow$
 x durch 3 teilbar

Beispiel

$$x = 31452 = 3 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 2 \cdot 1$$
$$x = \sum_{i=0}^4 a_i \cdot 10^i$$

$a_4 \quad a_3 \quad a_2 \quad a_1 \quad a_0$

$\sum_{i=0}^4 a_i$ teilbar durch 3

$\Rightarrow \sum_{i=0}^4 a_i \cdot 10^i$ teilbar durch 3

$$31452 = 3(10^4 + 1 + 1) \stackrel{!}{=} 3(10^4 - 1) + 3 \cdot 1$$
$$+ 1(10^3 - 1 + 1) \stackrel{!}{=} + 1(10^3 - 1) + 1 \cdot 1$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & 9999 & & 999 & & 99 & & 9 \\
 & & / & & & & & & \\
 31452 & = & 3 \cdot (10^4 - 1) & + & 1 \cdot (10^3 - 1) & + & 4 \cdot (10^2 - 1) & + & 5 \cdot (10^1 - 1) \\
 & & & & & & + & 2 \cdot (10^0 - 1) & 0
 \end{array}$$

$$+ 3 + 1 + 4 + 5 + 2$$

Gesetze $3 \mid x$ und $3 \mid y \Rightarrow 3 \mid (x+y)$

$3 \mid a$ und b beliebig $\Rightarrow 3 \mid (a \cdot b)$

Aufschreiben als Beweis:

BEHAUPTUNG

Für alle $a_i \in \{0 \dots 9\}$ und alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

wenn $3 \mid \sum_{i=0}^n a_i$ dann $3 \mid \sum_{i=0}^n a_i \cdot 10^i$

Beweis

Seien $a_i \in \{0 \dots 9\}$ und $n \in \mathbb{N}$ beliebig
und es gelte

$$3 \mid \sum_{i=0}^n a_i$$

Zeige für alle $i \in \mathbb{N}$

$$3 \mid (10^i - 1)$$

Induktionsanfang $i = 0$

$$10^0 - 1 = 0$$

teilbar durch 3

✓

Induktionsannahme:

es gelte $3 \mid (10^i - 1)$

Schritt auf $i+1$:

$$\begin{aligned} 10^{(i+1)} - 1 &= 10 \cdot 10^i - 1 \\ &= 9 \cdot 10^i + (10^i - 1) \end{aligned}$$

mit Gesetz bz. Produkte / Summe

$$3 \mid 9 \cdot 10^i \quad \text{und} \quad 3 \mid 10^i - 1 \quad \text{nach Annahme}$$

also

$$3 \mid 10^{(i+1)} - 1$$

✓

Zu zeigen

$$3 \mid \sum_{i=0}^n a_i \cdot 10^i$$

←

Es ist $\sum_{i=0}^n a_i 10^i = \boxed{\sum_{i=0}^n a_i (10^i - 1)} + \sum_{i=0}^n a_i$

↑ teilsa

mit Gesetzen über Summe / Produkte folgt

$$3 \mid \sum_{i=0}^n a_i (10^i - 1)$$

und per Annahme $3 \mid \sum_{i=0}^n a_i$

also $3 \mid \sum_{i=0}^n a_i 10^i$ ✓

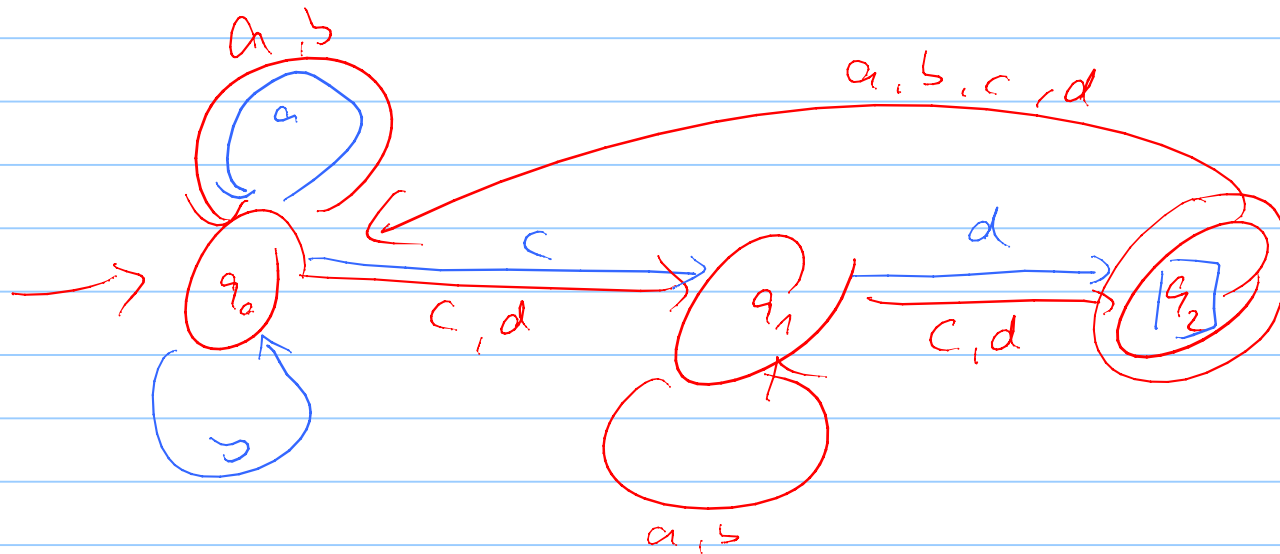
Automat A

$$L(A) = \{ w \in \Sigma^* \mid \hat{\delta}(q_0, w) \in F \}$$

$\hat{\delta}(q_0, \varepsilon) = q_0$
 $\hat{\delta}(q_0, wa) = \delta(\hat{\delta}(q_0, w), a)$

$w \in \Sigma^*$
 $a \in \Sigma$

$$\begin{aligned}
 \hat{\delta}(q_0, abcd) &= \hat{\delta}(\hat{\delta}(q_0, ab), c, d) \\
 &= \hat{\delta}(\hat{\delta}(\hat{\delta}(q_0, a), b), c, d) \\
 &= \hat{\delta}(\hat{\delta}(\hat{\delta}(\hat{\delta}(q_0, a), b), c), d)
 \end{aligned}$$



2.5

| T | ??
..

Notation muß erklärt werden!