

Tutorium, 19.11.2008

Notiztitel

11/5/2008

DEA bauen, analysieren

(E-) NDA " " , umwandeln

Reg. Ausdrücke: beschreiben, analysieren, Rederegeln

$[a-z]$ als ASKurzg?

Σ " " ?

$a \Sigma^* b$

$a \times b$

$(a-z)(0-9)$
 $(a-9)$

für beliebige $x \in \Sigma$

NOTATION erklären!
und benutzen!

$$R = (a + b + c)^*(aa + bb)$$

$$E = a R^* b R^* c$$

Aufgabe 3.7, 3.6

$$(ab)^*$$

$$(ab)^*(ab)^* + \epsilon$$

ab ab ab ...

$$a(ba)^*b + \epsilon$$

$$E \approx F$$

$$L(E) = L(F)$$

Semantisch $\equiv$ Sind die Mengen gleich?

$$L(EF + DF) = L((E+D)F)$$

"

Syntax

$$L(\bar{E}F + DF) = L(\bar{E})L(F) \cup L(D)L(F)$$

$$\{w \in \Sigma^* \mid \exists u \in L(\bar{E}). \exists v \in L(F). w = uv\} \\ \cup \{w \in \Sigma^* \mid \exists x \in L(D). \exists y \in L(F). w = xy\}$$

$$= \{w \in \Sigma^* \mid \exists u \in L(\bar{E}). \exists v \in L(F). w = uv \\ \cup \exists x \in L(D). \exists v \in L(F). w = xv\}$$

$$= \{w \in \Sigma^* \mid (\exists u \in L(\bar{E}) \cup \exists x \in L(D)) \wedge \exists v \in L(F) \\ \begin{matrix} w = uv & \text{and} & w = xv \end{matrix} \}$$

$$= \{w \in \Sigma^* \mid (\exists u \in L(\bar{E}) \cup L(D)) \wedge \exists v \in L(F). w = uv\}$$

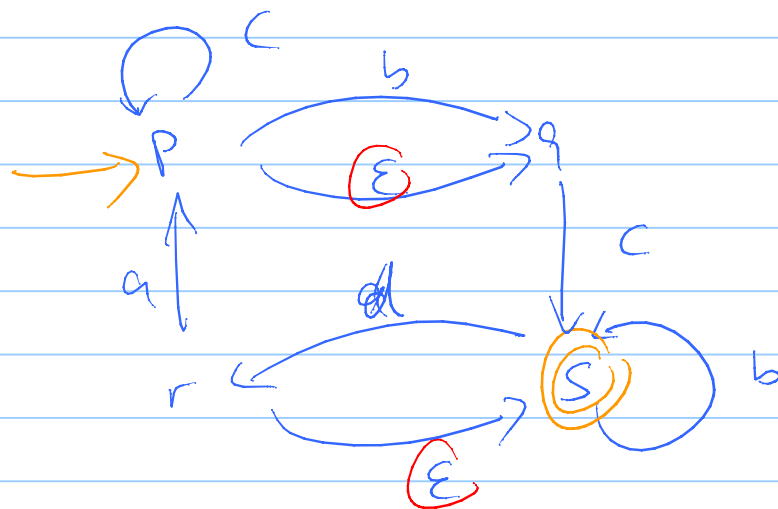
$$= \{u \mid u \in L(\bar{E}) \cup L(D)\} \circ \{v \mid v \in L(F)\}$$

$$= (L(\bar{E}) \cup L(D)) \circ L(F)$$

$$= L(\bar{E} + D) \circ L(F)$$

$$= L((\bar{E} + D)F)$$

3.7 Umwandlung NEA $\rightarrow$ DEA



ϵ -Hülle

$p = \{p, q\}$
 $q = \{q\}$
 $r = \{r, s\}$
 $s = \{s\}$

Startzustand ϵ -Hülle von p

Kurzschreibweise $pq \hat{=} \{p, q\}$

Aufbau Tabelle

Endzustände:

alles wo s
drin kommt

	a	b	c	d
$q_0 \rightarrow pq$	$\emptyset$	q	pqs	$\emptyset$
q_1	$\emptyset$	$\emptyset$	s	$\emptyset$
q_2 * pqs	$\emptyset$	qs	pqs	rs
q_3 * s	$\emptyset$	s	$\emptyset$	rs
q_4 * qs	$\emptyset$	s	s	rs
q_5 * rs	pq	s	$\emptyset$	rs

q_0 $\emptyset$ $\emptyset$ $\emptyset$ $\emptyset$ $\emptyset$

	a	b	c	d
q_0	q_0	q_1	q_2	q_6
q_1	q_0	q_6	q_3	q_6
q_2	q_0	q_4	q_2	q_5
q_3	q_0	q_3	q_0	q_5
q_4	q_0	q_3	q_3	q_5
q_5	q_0	q_3	q_0	q_5
q_6	q_0	q_0	q_0	q_0

SYNTAX = Wie ist Text aufgebaut

SEMANTIK = Was bedeutet Text

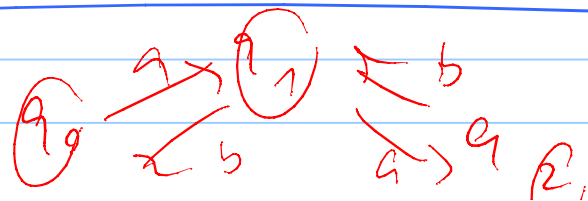
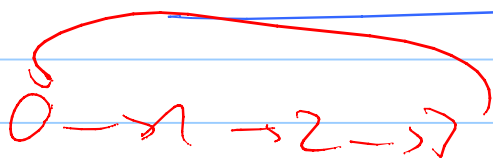


Diagram illustrating the construction of the multiplication table for the quotient ring $\mathbb{Z}_4[x]/\langle x^3 + 1 \rangle$. The elements are $1, x, x^2, x^3$, where $x^3 \equiv 1$. The table shows the multiplication of these elements modulo 4.

	1	x	x ²	x ³	mod 4 =
1	1	x	x ²	1	0
x	x	x ²	1	x	1
x ²	x ²	1	x	x ²	2
x ³	1	x	x ²	1	3

and $\left(\#_a(w) - \#_b(w) \right) \bmod 4 = 0$

Beispiel

$b b b b \quad b b b b$, $a b \quad a e b \quad a e b \quad a a$,
 $a b$, $a b b \quad e$,

Beweisbehauptung für alle $u, v \in \Sigma^*$

$$(1) \quad (q_0, w, v) \vdash^* (q_0, v) \Leftrightarrow \exists i \in \mathbb{Z}. \#_a(w) - \#_b(w) = 4i$$

$$(2) \quad (q_0, w) \xrightarrow{x} (q_1, v) \Leftrightarrow " = 4i+1$$

(3) $f_1^x(9, v) \Rightarrow \dots = 4\dot{v} + 2$

(4) $T^*(g_3, V) \Leftrightarrow \dots = 4i + 3$

Beweis durch Induktion über w

- Bas. fall $w = \varepsilon$, $(q_0, wv) \vdash^* (q_0, wv)$ ✓
 - Annahme (1) - (4) sei gezeigt für $u, v \in \Sigma^*$
 - Schritt:
 - (1) folgt aus (4) und (2)
 - (2) " (1) und (3)
 - (3) " (2) und (4)
 - (4) " (3) und (1)
- Rest viele Details: einmal auf führen

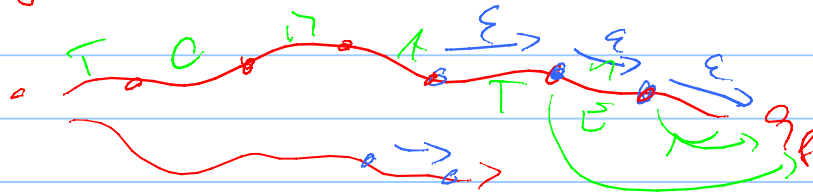
3.8: $A \text{ NFA}$ ein Endzustand q_f ohne Ausgang
kein Übergang zu Anfangszustand

$$1) L_A = \{ w \in \Sigma^* \mid \exists v \in L(A) . w \sqsubseteq v \}$$

Präfix von $v \hat{=}$ Anfangswort
 $w \sqsubseteq v \iff wv = v$ für ein $v \in \Sigma^*$

$u \in L(A) \equiv$ es gibt einen akzeptierende Pfad
 von q_0 nach q_f $(q_0, u) \vdash^*(q_f, \epsilon)$
 $w \in L_1 \equiv$ es gibt akzeptierende Pfad von
 q_0 über ein $p \in \delta(q_0, w)$ nach q_f

akzeptiert w indem alle Zustände auf Pfaden zu q_f
 zu Endzustände werden!
 oder jede Markte von ϵ ergänzen nach q_f



Rückwärts berechnen iterativ

q_f , alles mit $q_f \in \delta(q, x)$ für ein $x \in \Sigma$

$2) L_2 = \{ w \in \Sigma^* \mid \exists u \in L(A). u \sqsubseteq w \}$

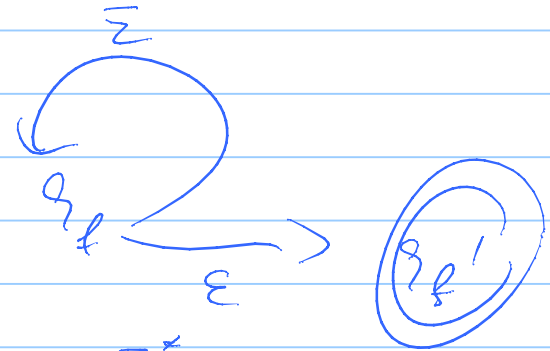
geht akzeptieren alles "nach q_f "

$\rightarrow$ Ergänzen $\delta(q_f, a) = \{ q_f \}$ für alle $a \in \Sigma$

$\delta(q, \varepsilon) = \{q_f\}$
 q_f ist einziger
 neuer Endzustand
 Standardtrieb

keine ε -Übergänge
 nach q_f

auch wäre
 $L_2 = L(A)$



$$3) L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \exists v \in L(A) \cdot \exists v_1, v_2 \in \Sigma^* \cdot v = v_1 w v_2\}$$

bei L_1 war $v = w v_2$ ($v_1 = \varepsilon$)
 Spezialfall

- a) alle Zustände auf weg nach q_f Endzustände
- b) aus q_0 ε -Übergang über all auf einen Pfad
 nach q_f



d) gehört zu L_2 $w = uv_2$ / $v_1 = \epsilon$

$L_4 = \{ w \mid \dots \} \quad \exists v \in L(A) \dots \quad w = v_1 uv_2$

