

Tutorium, 17.12.2008

Notiztitel

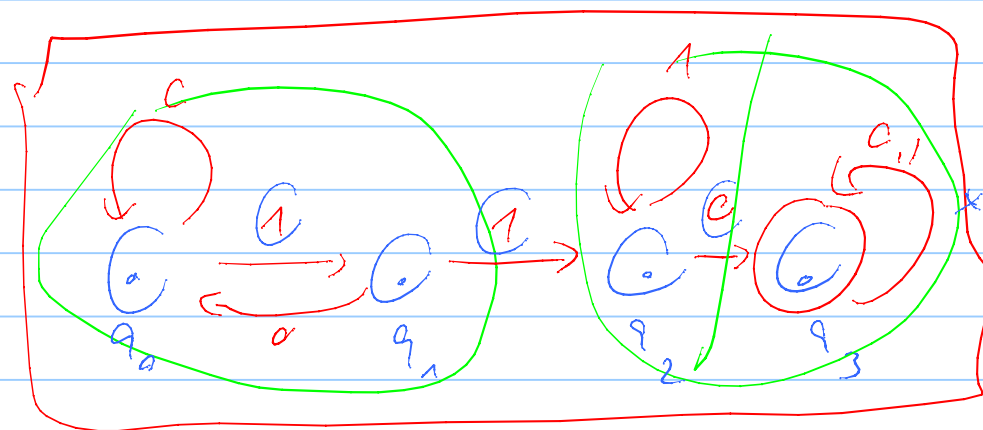
11/5/2008

Achtung: Kein Tutorium am 7.1.09! !

Aufgabe 3.3 strukturelle Induktion!

Pumping Lemma? (anwenden) 7.7.2

Gegeben A mit $\delta =$



→

	0	1
q_0	q_0	q_1
q_1	q_0	q_2
q_2	q_3	q_2
q_3	q_3	q_3

$$L(A) = \{ w \in \{0,1\}^* \mid w = u10v \text{ f\"ur } \\ \text{ein } u, v \in \{0,1\}^* \} = L$$

Beweis mit $\hat{\delta}$ und struktureller Induktion

Behauptung: (4) $\hat{\delta}(q_0, w) = q_3 \iff w \in L$

(3) $\hat{\delta}(q_0, w) = q_2 \iff w = u1 \text{ f\"ur ein } u \in \{0,1\}^*$
 $w = u11 \text{ f\"ur ein } u \in L((0+10)^*)$

(2) $\hat{\delta}(q_0, w) = q_1 \iff w = u1 \text{ f\"ur ein } u \in L((0+10)^*)$
 $(0^*(10)^*)^*$
 $\uparrow$
 $(0+10)^*$

(1) $\hat{\delta}(q_0, w) = q_0 \iff w \in L((0+10)^*)$

$u \in \{0,10\}^*$

Beweis Induktion über w

Ind. Anfang $w = \epsilon$, $\hat{\delta}(q_0, w) = q_0$ ✓
~~auf jede 1 in ϵ folgt eine 0~~ ✓
 $\epsilon \in L((0+10)^*)$

d.h. (1) gilt

(2)-(4) gelten weil rechte und linke Seite jeweils falsch. ✓

Ind. Annahme (1)-(4) gelten für $x \in \{0,1\}^*$

Ind Schritt $w = xa$ $a \in \{0, 1\}$

$$(1) \quad \hat{\delta}(q_0, xa) = q_0 \Leftrightarrow a = \underline{0} \quad \text{und}$$

$$\hat{\delta}(q_0, x) = q_0$$

$$\text{oder } \hat{\delta}(q_0, x) = q_1$$

mit (1) ~~auf jede 1 folgt eine Null in x, also auch in w~~
 ~~$x \in L((0+10)^*)$~~

mit (2) ~~$x = v1$ für ein $v \in \{0, 1\}^*$~~
 ~~$x = v1$ für ein $v \in L((0+10)^*)$~~

$$\Leftrightarrow w = xa \in L(\underline{(0+10)}^*)$$

$$\Rightarrow a = 0 \quad \text{und}$$

$$x \in L((0+10)^*) \quad \text{oder}$$

$$x = v1 \quad \text{und} \quad v \in L(\underline{\quad})$$

$$\Rightarrow \text{mit (1)(2)} \quad \hat{\delta}(q_0, x) = q_0$$

$$\text{oder } \hat{\delta}(q_0, x) = q_1$$

$$\Rightarrow \hat{\delta}(q_0, w) = q_0$$

$$(2) \quad \hat{\delta}(q_0, xa) = q_1 \Leftrightarrow \hat{\delta}(q_0, x) = q_0 \wedge a = 1$$

mit (1)

$$\Leftrightarrow x \in L(\underline{\quad}) \wedge a = 1$$

$$\Leftrightarrow w = v1 \quad \text{für ein } v \in L(\underline{\quad})$$

$$(3) \quad \overset{1}{\delta}(q_0, xa) = q_2 \Leftrightarrow a=1 \quad \wedge \left(\overset{1}{\delta}(q_0, x) = q_1 \vee \overset{1}{\delta}(q_0, x) = q_2 \right)$$

$$\text{mit (2) (3)} \Leftrightarrow x \in L((0+10)^* 1) \wedge a=1$$
~~$$x \in \bigcup \{11 \mid \text{für ein } v \in \{0,1\}^*\}$$~~

$$x \in L((0+10)^* 1^* 11) \wedge a=1$$

$$\Leftrightarrow x \in L((0+10)^* 1^* 11)$$

$$(4) \quad \overset{1}{\delta}(q_0, xa) = q_3 \Leftrightarrow$$

$$a=0 \quad \wedge \left(\overset{1}{\delta}(q_0, x) = q_2 \vee \overset{1}{\delta}(q_0, x) = q_3 \right)$$

$$\text{oder } a=1 \quad \wedge \overset{1}{\delta}(q_0, x) = q_3$$

$$\Leftrightarrow a=0 \quad \wedge \quad x \in L((0+10)^* 1^* 11)$$

$$\text{mit (3)} \quad \vee \begin{cases} a=0 & \wedge \quad x = \bigcup \{110v \mid \text{für } v \in \{0,1\}^* \} \\ a=1 & \wedge \quad \text{"} \end{cases}$$

$$\text{(4)} \quad \Leftrightarrow w = v' 110 v' \quad \text{für } v', v' \in \{0,1\}^*$$

$$\begin{array}{lcl}
 v & w & = v 110 (v0) \\
 v & w & = v 110 \underbrace{(v1)}_{v'}
 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow w \in L$$

$$L_g = \{ 1 10 1^i 0^{g(i)} \mid i \in \mathbb{N} \}$$

g streng monoton beliebig

nicht regulär (Pumpy Lemma!)

• Sei $n \in \mathbb{N}$ beliebig

• wir wählen $w = 1 0 1^i 0^{g(i)}$ für ein $i > n$

• Sei $w = xyz$ mit $|xy| \leq n$ $y \neq \epsilon$

• dann $x = \epsilon$ oder $x = 1$ oder $x = 101^j$ mit $j < i$
 Betrachte xy^0z

• falls $x = \epsilon$: $xy^0z = 0 1^i 0^{g(i)} \notin L$
 oder $xy^0z = 1^k 0^{g(i)} \notin L$ $k \leq i$
 • $x = 1$ $xy^0z = 1^k 0^{g(i)} \notin L$ $k \leq i+1$

such $x y^c z = 101^{i-|y|} 0^{g(i)}$

$|y| > 0$ g streng monoton

$\Rightarrow g(i - |y|) < g(i)$

also $x y^c z \notin L$

$\rightarrow x = \epsilon \Rightarrow y = 1$ oder $y = 101^g$ für ein $g \leq i-2$

" $\forall g$ streng monoton ist L_g regulär" falsch
ein gutes Beispiel reicht

$\forall g$ streng monoton ist L_g nicht regulär
muß für alle g gezeigt werden

7.8 Myhill - Nerode

$$L = \{ ww^R \mid w \in \{a,b\}^* \} \quad \text{nicht regulär}$$

zu zeigen Σ^*/L hat unendlich viele Klassen

Anfang mit Beispielen: $\epsilon, a, b, ab, ba, aba, bab$

$$u \sim_L v \Leftrightarrow \forall w \in \Sigma^*. \quad uw \in L \Leftrightarrow vw \in L$$

$$u \not\sim_L v \Leftrightarrow \exists w \in \Sigma^* \quad uw \in L \wedge vw \notin L \\ \text{oder} \quad uw \notin L \wedge vw \in L$$

bei unendlich viel brauchen wir $\not\sim_L$

$$[\epsilon] = \{ v \mid vw \in L \text{ für alle } w \in L \}$$

$$[a] \not\sim_L \epsilon \quad \text{weil} \quad ae \notin L \quad abe \in L$$

$$[b] \not\sim_L \epsilon \quad \text{analog}$$

$$a \not\sim_L b$$

$$aa \in L$$

$$abc \quad bab \notin L$$

$$[aa] \not\sim_L \epsilon$$

$$aabb \notin L$$

$$abcb \in L$$

$$aa \not\sim a \quad aaba$$

$$\underline{aa \in L}$$

$$\underline{a \in L}$$

$$aa \not\sim [bb]$$

$$\underline{aa|aa} \in L$$

$$bb \quad aa \notin L$$

w palindrom mit a erscheint in w

$$v \neq w$$

dann

$$ww \in L$$

$$vw \notin L$$

$$w = uv^R$$

$$v \neq x$$

$$v = xx^R$$

$$\text{dann } ww^R = uv^R v^R u \in L$$

$$vw^R = \underline{xx^R} v^R \notin L$$

mühsam zu zeigen, daß vw^R tatsächlich kein Palindrom ist

$$w_n = a^n b b a^n$$

$$n > 5$$

$$ww \in L$$

$$v_n = b^n a a a a b^n$$

$$n > 2$$

$$vw = b^n a a a a b^n a^n b b a^n$$

gedes w_m is van geds v_m verscheiden
van geden w_k $u \neq m$

$\Rightarrow$ oneindig veel klassen.