Übung zur Vorlesung

Theoretische Informatik I

Prof. Dr. Christoph Kreitz
Universität Potsdam, Theoretische Informatik, WS 2008/09

Blatt 3 (Version 1) — Abgabetermin: 17.11.2008, 12:30 Uhr

Vorbereitung auf die nächste Vorlesung: Arbeiten Sie sich in das Thema “Reguläre Ausdrücke” ein. Verwenden Sie hierzu z.B. die Vorlesungsfolien der Einheit 2.3, das Kapitel 3 des Buches von Hopcroft, Motwani und Ullman, eines der empfohlenen Bücher oder das Internet.

Aufgabe 3.1 (Konfigurationen)

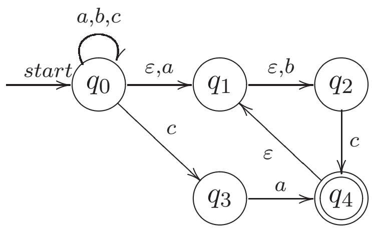
Gegeben Sei der Automat $A = (\{q_0, q_1\}, \{1\}, \delta, q_0, \{q_0\})$ mit

δ	1
$\rightarrow * \; q_0$	q_1
q_1	q_0

1. Beschreiben Sie die Abarbeitung des Wortes „1111“ mit Hilfe von Konfigurationen!
2. Beweisen Sei mit Hilfe von Konfigurationen, dass der Automat A Folgen von Einsen mit gerader Länge akzeptiert!

Aufgabe 3.2 (Analyse eines NEA)

Gegeben sei der NEA $A = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b, c\}, \delta, q_0, \{q_4\})$, wobei δ durch den folgenden Graphen definiert ist.



1. Geben Sie die ε-Hüllen aller Zustände von A an!
2. Beschreiben Sie die Abarbeitung des Wortes „$bcbcc$“ mit Hilfe der erweiterten Zustandsüberführungsfunktion! Wird dieses Wort akzeptiert?
3. Geben Sie eine Konfigurationsfolge an, die zeigt, dass das Wort „$abca$“ von A akzeptiert wird!
4. Welche Sprache akzeptiert der Automat A?

Aufgabe 3.3 (Akzeptieren der Komplementsprache)

Wenn ein DEA A eine Sprache L akzeptiert, dann kann man einen DEA A' konstruieren, der die Komplementsprache $\overline{L}$ von L akzeptiert, indem man einfach die akzeptierenden und die nicht akzeptierenden Zustände von A vertauscht.

1. Erklären Sie, warum diese Konstruktion korrekt ist.
2. Erklären Sie, warum dieselbe Konstruktion für nichtdeterministische Automaten versagt.
3. Kann man dennoch für jeden NEA A einen NEA A' konstruieren, der die Sprache $\overline{L(A)}$ akzeptiert?

Es reicht jeweils eine knappe Begründung.

Aufgabe 3.4 (Konstruktion eines NEA)

Sei L die Sprache, die alle Wörter w aus $\{a, b, c\}^*$ enthält, die mindestens die Länge 1 besitzen, und deren letzte $\min\{|w|, 4\}$ Zeichen mindestens ein b oder ein c enthalten.

1. Geben Sie einen NEA mit höchstens fünf Zuständen an, der die Sprache L akzeptiert.
2. Konstruieren Sie aus dem NEA einen äquivalenten DEA.
3. Wieviele Elemente hat die Potenzmenge $\mathcal{P}(Q)$ der Zustandsmenge Q?

Aufgabe 3.5 (Wieviele akzeptierende Zustände braucht ein Automat?)

Zeigen Sie, daß jeder NEA in einen äquivalenten NEA umgewandelt werden kann, der nur einen akzeptierenden Zustand hat. Skizzieren Sie einen Beweis für die Korrektheit Ihrer Konstruktion.

Hausaufgabe 3.6 (Korrektheitsbeweis mit simultaner Induktion)

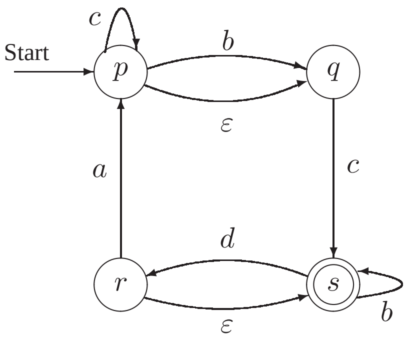
Gegeben Sei der Automat $A = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_0\})$ mit

δ	a	b
$\rightarrow * q_0$	q_1	q_3
q_1	q_2	q_0
q_2	q_3	q_1
q_3	q_0	q_2

Zeigen Sie, dass der Automat A die Sprache $L_A = \{w \in \{a, b\}^* \mid \exists i \in \mathbb{Z}.\#_a(w) - \#_b(w) = 4i\}$ akzeptiert! Verwenden Sie dazu Konfigurationen!

Hausaufgabe 3.7 (Umwandlung eines NEA in einen DEA)

Gegeben sei ein NEA $A=(\{p, q, r, s\}, \{a, b, c, d\}, \delta, p, \{s\})$ wobei die Übergangsfunktion δ durch das folgende Übergangsdiagramm definiert ist.



1. Geben Sie die Übergangstabelle für diesen Automaten an.
2. Berechnen Sie die ε-Hülle für jeden Zustand $q' \in \{p, q, r, s\}$.
3. Geben Sie alle Zeichenreihen mit einer Länge von zwei oder weniger Zeichen an, die von dem Automaten akzeptiert werden.
4. Wandeln Sie den Automaten in einen DEA um.

Hausaufgabe 3.8 (Konstruktion von NEAs aus Bausteinen)

Sei $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, \{q_f\})$ ein NEA, der keine zu q_0 hinführenden und keine von q_f ausgehenden Übergänge besitzt. Beschreiben Sie, wie Sie A anpassen müssten, um Automaten zu erhalten, die folgende Sprachen akzeptieren ($\sqsubseteq$ ist die Präfix-Relation):

1. $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid \exists u \in L(A). w \sqsubseteq u\}$
2. $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \exists u \in L(A). u \sqsubseteq w\}$
3. $L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid \exists u \in L(A). \exists v_1 \in \Sigma^*. \exists v_2 \in \Sigma^*. u = v_1 w v_2\}$
4. $L_4 = \{w \in \Sigma^* \mid \exists u \in L(A). \exists v_1 \in \Sigma^*. \exists v_2 \in \Sigma^*. w = v_1 u v_2\}$

Begründen Sie Ihre Antworten stichpunktartig! Aus diesen Begründungen muss erkennbar sein, wie Sie auf den entsprechenden Automaten gekommen sind und was der Automat tut. Ein Beweis ist allerdings nicht notwendig.