

Übung zur Vorlesung
Theoretische Informatik I

Prof. Dr. Christoph Kreitz
Universität Potsdam, Theoretische Informatik, WS 2008/09
Blatt 5 (Version 2) — Abgabetermin: 01.12.2008, 12:30 Uhr

Vorbereitung auf die nächste Vorlesung: Arbeiten Sie sich in das Thema “Eigenschaften regulärer Sprachen” ein. Verwenden Sie hierzu z.B. die Vorlesungsfolien 1–18 der Einheit 2.5, die Kapitel 4.2–4.4. des Buches von Hopcroft, Motwani und Ullman, eines der empfohlenen Bücher oder das Internet.

Aufgabe 5.1 (Umwandlung endlicher Automaten in reguläre Ausdrücke)

Gegeben sei ein DEA $A = (\{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b\}, \delta, q_1, \{q_3, q_4\})$, wobei die Übergangsfunktion δ durch die folgende Tabelle gegeben ist.

	a	b
$\rightarrow q_1$	q_2	q_4
q_2	q_3	q_4
$*q_3$	q_2	q_4
$*q_4$	q_2	q_1

Wandeln Sie den Automaten in einen regulären Ausdruck um, indem Sie den Zustand q_2 und dann q_3 bzw. q_4 eliminieren.

Aufgabe 5.2 (Umwandlung regulärer Ausdrücke in endliche Automaten)

Geben Sie reguläre Ausdrücke für die folgenden Sprachen an:

1. Die Menge der Zeichenreihen über dem Alphabet $\{0, 1\}$, die mindestens ein Paar aufeinanderfolgende Nullen oder ein Paar aufeinanderfolgende Einsen enthalten.
2. Die Menge der Zeichenreihen über dem Alphabet $\{a, b, c\}$, die maximal dreimal direkt hintereinander das Symbol a enthalten.
3. Die Menge der Zeichenreihen über dem Alphabet $\{0, 1\}$, die die Teilzeichenreihe 010 nicht enthalten.

Geben Sie einen endlichen Automaten für eine dieser Sprachen an. Benutzen Sie die in der Vorlesung vorgestellte Konstruktion zur Umwandlung eines regulären Ausdrucks in einen NEA.

Aufgabe 5.3 (Grammatiken, reguläre Ausdrücke und NEAs)

Gegeben sei die Grammatik $G = (\{S, T, U, V\}, \{a, b, c, d, e, f\}, P, S)$ mit $P = \{S \rightarrow \varepsilon, S \rightarrow aS, S \rightarrow Sb, S \rightarrow T, T \rightarrow dV, T \rightarrow Ue, T \rightarrow fU, U \rightarrow \varepsilon, V \rightarrow dT\}$.

1. Geben Sie eine Ableitung des Wortes $addddebb$.
2. Geben Sie einen regulären Ausdruck und einen NEA an, der die Sprache $L(G)$ beschreibt.
3. Eine Grammatik heißt **rechtslinear** (**linkslinear**), wenn sie nur Regeln der Form $A \rightarrow \varepsilon$ und $A \rightarrow aB$ (bzw. $A \rightarrow \varepsilon$ und $A \rightarrow Ba$) mit $A, B \in V$ und $a \in T$ enthält.

Geben Sie eine rechtslineare Grammatik $G = (V, T, P, S)$ an, die die Sprache $L(G)$ beschreibt.

Aufgabe 5.4 (Größe von Grammatiken)

Geben Sie für alle $k \in \mathbb{N}, k > 0$ eine Sprache L_k und eine rechtslineare Grammatik $G_k = (V, T, P, S)$ mit $|V| = k$ und $L_k = L(G_k)$ an, so dass L_k von keiner rechtslinearen Grammatik $G' = (V', T', P', S')$ mit $|V'| < k$ beschrieben werden kann. Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5.5 (Weitere Aufgaben zur Konstruktion von Grammatiken)

1. Beschreiben Sie eine rechtslineare Grammatik für die Sprache des regulären Ausdrucks $0^*(1(0+1))^*$.
2. Beschreiben Sie eine linkslineare Grammatik für die Sprache des Ausdrucks $(0+1)^*01(0+1)^*$.
3. Konstruieren Sie eine Grammatik für die Sprache $L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$.
4. Konstruieren Sie eine Grammatik für die Sprache $\{0^n 1^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$.

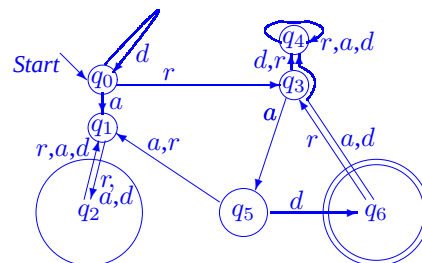
Hausaufgabe 5.6 (Umwandlung regulärer Ausdrücke in endliche Automaten)

Gegeben sei der reguläre Ausdruck $R = (a + b + c)^*(a^+(bc))^*$.

1. Wandeln Sie den regulären Ausdruck R mit dem in der Vorlesung beschriebenen Verfahren in einen ε -NEA um! Lassen Sie dabei keine der im Verfahren verwendeten ε -Übergänge weg.
2. Wandeln Sie Ihren ε -NEA mit dem in der Vorlesung beschriebenen Verfahren in einen DEA um! Sie brauchen die Äquivalenz der von den Automaten akzeptierten Sprachen nicht zeigen.

Hausaufgabe 5.7 (Umwandlung endlicher Automaten in reguläre Ausdrücke)

Gegeben sei der bekannte endliche Automat $A_{rad} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}, \{r, a, d\}, \delta_{rad}, q_0, \{q_6\})$, wobei die Zustandsübergangsfunktion δ_{rad} durch folgendes Diagramm gegeben ist.



Geben Sie einen möglichst einfachen regulären Ausdruck an, der die Sprache des Automaten beschreibt und begründen Sie kurz die Korrektheit dieses Ausdrucks. Wandeln Sie anschließend den Automaten durch die Technik der Zustandselimination schrittweise in einen regulären Ausdruck um.

Hausaufgabe 5.8 (Konstruktion einer Grammatik)

Konstruieren Sie eine Grammatik $G = (V, T, P, S)$ mit $|P| \leq 5$ – also höchstens 5 Produktionen – für die Sprache $L = \{a^l b^m c^n \mid l, n, m \in \mathbb{N}^+, m = l + n\}$. Begründen Sie die Korrektheit Ihrer Grammatik.