Übung zur Vorlesung

Theoretische Informatik I

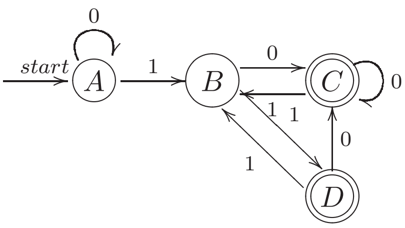
Prof. Dr. Christoph Kreitz
Universität Potsdam, Theoretische Informatik, WS 2008/09

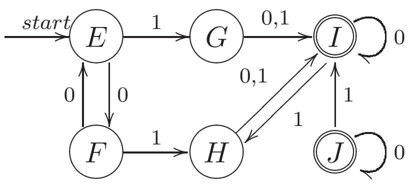
Blatt 7 (Version 1) — Abgabetermin: 15.12.2008, 12:30 Uhr

Vorbereitung auf die nächste Vorlesung: Arbeiten Sie sich in das Thema "Kontextfreie Grammatiken" ein. Verwenden Sie hierzu z.B. die Vorlesungsfolien der Einheit 3.1, die Kapitel 5.1-5.4 des Buches von Hopcroft, Motwani und Ullman, eines der empfohlenen Literatur oder das Internet.

Aufgabe 7.1 (Äquivalenz von Sprachen)

Gegeben seien die beiden endlichen Automaten $A_1 = (\{A, B, C, D\}, \{0, 1\}, \delta_1, A, \{C, D\})$ und $A_2 = (\{E, F, G, H, I, J\}, \{0, 1\}, \delta_2, E, \{I, J\})$, wobei δ_1 und δ_2 durch die folgenden Graphen definiert sind.





Beweisen Sie, dass die Sprachen $L(A_1)$ und $L(A_2)$ äquivalent sind.
Geben Sie anschließend einen minimalen DEA für A_2 an.

Aufgabe 7.2 (Satz von Myhill/Nerode)

Beweisen Sie mit Hilfe des Satzes von Myhill/Nerode, dass die Sprache $L_1 = L(a^*b^+ + b^*a^+)$ regulär und die Sprache $L_2 = \{a^n b^m c^{n+m} \mid n, m \in \mathbb{Z}\}$ nicht regulär ist.

Aufgabe 7.3 (Pumping Lemma für reguläre Sprachen)

Beweisen Sie mit Hilfe des Pumping Lemmas, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind.

1. $L_1 = \{0^i 1^{3i} \mid i \in \mathbb{N}\}$.
2. $L_2 = \{0^{i^2} \mid i \in \mathbb{N}\}$.
3. $L_3 = \{\mathtt{a}^k \mathtt{b}^m \mathtt{c}^n \mid k, m, n \in \mathbb{N}, n = \max\{k, m\}\}$.

Aufgabe 7.4 (Fehlerhafte Beweisführung)

Wo ist der Fehler in folgendem Beweis für die Behauptung

$$\textit{Die Sprache } L = \{uv \mid u \in \{0\}^* \wedge v \in \{1\}^*\} \textit{ ist nicht regulär}$$

Wir nehmen an L sei regulär und verwenden das Pumping Lemma. Sei n die Pumplänge von L. Wir wählen $w = 0^m 1^m \in L$ für ein $m > n$. Aus dem Beweis für die Nichtregularität von $L_1 = \{0^m 1^m \mid m \in \mathbb{N}\}$ (Einheit 2.5, Folie 24) wissen wir, daß w nicht aufgepumpt werden kann. Also kann L nicht regulär sein.

Aufgabe 7.5 (Zum Nachdenken: das Pumping Lemma ist kein Beweis für Regularität)

Im Gegensatz zum Satz von Myhill/Nerode kann das Pumping Lemma nicht dazu verwendet werden, um zu beweisen, daß eine Sprache regulär ist. Zeigen Sie, dass die Sprache $L = \{a^i b^j c^k \mid i{\neq}0 \Rightarrow j{=}k\}$ die Aussage des Pumping Lemmas erfüllt und trotzdem nicht regulär ist.

Hausaufgabe 7.6 (Minimierung von DEAs)

Gegeben seien der endlichen Automaten $A = (\{A,B,C,D,E,F,G\}, \{0,1\}, \delta, B, \{A,B\})$, wobei δ durch folgende Tabelle definiert ist.

	0	1
$*A$	D	B
$\rightarrow * B$	C	A
C	B	F
D	A	E
E	F	D
F	E	C
G	F	D

Ermitteln Sie mit Hilfe des Table-Filling Verfahrens alle Paare äquivalenter Zustände.
Geben Sie anschließend einen minimalen DEA an.

Hausaufgabe 7.7 (Pumping Lemma für reguläre Sprachen)

Beweisen Sie nur mit Hilfe des Pumping Lemmas (ohne andere Abschlußeigenschaften), daß die folgenden Sprachen keine regulären Sprachen sind.

1. $L_{double} {=} \{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}$.
2. $L_g = \{101^i 0^{g(i)} \mid i \in \mathbb{N}\}$ für jede streng monoton wachsende Funktion $g : \mathbb{N} {\rightarrow} \mathbb{N}$.

Hausaufgabe 7.8 (Satz von Myhill/Nerode)

Beweisen Sie mit Hilfe des Satzes von Myhill/Nerode, dass die Sprache $L_P = \{ww^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$, die Sprache der Palindrome über $\{a,b\}$, nicht regulär ist!