Übung zur Vorlesung

Theoretische Informatik I

Prof. Dr. Christoph Kreitz
Universität Potsdam, Theoretische Informatik, WS 2008/09

Blatt 8 (Version 1) — Abgabetermin: —

Vorbereitung auf die Probeklausur: Wiederholen Sie alles, was Sie zum Thema "reguläre Sprachen" gelernt haben. Bearbeiten Sie dazu die Vorlesungsfolien der Einheiten 1 (Anhang) und 2.1–2.5, 3.1 alle bisherigen Übungsblätter (einschließlich des aktuellen) und z.B. die Kapitel 1-5 des Buches von Hopcroft, Motwani und Ullman, oder eines der empfohlenen Bücher.

Wegen der Weihnachtspause gibt es keine Hausaufgaben.

Aufgabe 8.1 (Bestimmung der Sprache kontextfreier Grammatiken)

Gegeben sind die folgenden Grammatiken $G_i = (\{A, B, C, S\}, \{a, b\}, P_i, S)$ mit den Regeln

$$P_1 = \{S \rightarrow aAbB,\ A \rightarrow CaAb,\ B \rightarrow \varepsilon,\ C \rightarrow \varepsilon\}$$
$$P_2 = \{S \rightarrow aa \mid bb \mid aAa \mid bAb \mid \varepsilon,\ A \rightarrow aAa \mid bAb \mid aa \mid bb\}$$
$$P_3 = \{S \rightarrow \varepsilon \mid aS \mid bA,\ A \rightarrow \varepsilon \mid Ab\}$$

Bestimmen Sie die erzeugten Sprachen $L(G_1), \ldots, L(G_4)$. Ein Korrektheitsbeweis ist nicht erforderlich.
Anmerkung: Die Notation $S \rightarrow AaB \mid B \mid \varepsilon$ steht kurz für die drei Regeln $S \rightarrow AaB, S \rightarrow B, S \rightarrow \varepsilon$.

Aufgabe 8.2 (Analyse kontextfreier Grammatiken)

Gegeben ist die kontextfreie Grammatik $G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$ mit $P = \{S \rightarrow aS \mid Sb \mid a \mid b\}$.

1. Beweisen Sie durch Induktion über die Wortlänge, dass kein Wort aus $L(G)$ das Teilwort ba enthält. Der Beweis muß nicht formal sein.
2. Beschreiben Sie die Sprache $L(G)$ informell. Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 8.3 (Erzeugung kontextfreier Grammatiken)

Geben Sie kontextfreie Grammatiken für die folgenden Sprachen an

1. $L_1 = \{0^n 1^{n+1} 0^{2m} 1^m \mid m, n \in \mathbb{N}\}$
2. $L_2 = \{w \in \{(,)\}^* \mid \text{die Ausdrücke in } w \text{ sind korrekt geklammert}\}$

Aufgabe 8.4 (Mehrdeutigkeit von Grammatiken)

Sei $G = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aS \mid aSbS \mid \varepsilon\}, S)$ eine kontextfreie Grammatik.

1. Zeigen Sie, dass G mehrdeutig ist. Geben Sie dazu für die Zeichenkette $aab \in L(G)$ zwei verschiedene Ableitungsbäume, zwei verschiedene linksseitige Ableitungen und zwei verschiedene rechtsseitige Ableitungen an.
2. Beschreiben Sie, welche Sprache G erzeugt.
3. Geben Sie eine eindeutige Grammatik an, welche die Sprache $L(G)$ erzeugt und begründen Sie die Eindeutigkeit Ihrer Grammatik.