

Übung zur Vorlesung
Theoretische Informatik I

Prof. Dr. Christoph Kreitz
Universität Potsdam, Theoretische Informatik, WS 2008/09

Blatt 9 (Version 1) — Abgabetermin: 12.01.2009

Vorbereitung auf die Vorlesung vom 9. Januar 2009: Arbeiten Sie sich in das Thema “Pushdown Automaten” ein. Verwenden Sie hierzu z.B. die Vorlesungsfolien der Einheit 3.2, die Kapitel 6.1-6.2 des Buches von Hopcroft, Motwani und Ullman, eines der empfohlenen Literatur oder das Internet.

Dieses Blatt enthält nur Hausaufgaben. In den Übungsstunden wird die Probeklausur besprochen.

Hausaufgabe 9.1 (Entscheidbarkeit auf regulären Sprachen)

Beschreiben Sie ein Testverfahren, das entscheidet ob eine reguläre Sprache unendlich viele Wörter enthält und zeigen Sie seine Korrektheit.

Hinweis: Entwickeln (und beweisen) Sie ein leicht zu prüfendes Kriterium, das eindeutig feststellt, ob die Sprache eines Automaten unendlich ist und beschreiben Sie auf dieser Grundlage Ihr Testverfahren.

Hausaufgabe 9.2 (Erzeugung eindeutiger Grammatiken)

Die Menge L sei wie folgt rekursiv definiert:

1. $I \in L$.
2. Wenn $e_1 \in L$ und $e_2 \in L$, dann sind auch $e_1 \oplus e_2 \in L$ und $e_1 \otimes e_2 \in L$.
3. Wenn $e \in L$, dann ist auch $(e) \in L$.
4. Alle Elemente in L sind endlich durch 1., 2. und 3. erzeugt.

Betrachten Sie die Elemente von L zunächst nur als Wörter über dem Alphabet $\Sigma = \{I, (,), \oplus, \otimes\}$, ohne ihnen eine Bedeutung zuzuweisen.

1. Konstruieren Sie eine kontextfreie Grammatik G , welche genau die Sprache L erzeugt und nur ein einziges Nichtterminalsymbol besitzt!
2. Zeigen Sie, dass G mehrdeutig ist!
3. Konstruieren Sie eine eindeutige kontextfreie Grammatik G' , welche die Sprache L erzeugt! Dabei haben Klammern den höchsten Rang, danach folgt \oplus , dann \otimes . Alle Operatoren sind rechtsassoziativ.
4. Geben Sie alle Schritte einer Linksableitung und den Ableitungsbaum des Wortes $I \oplus I \otimes I$ in G' an!

Hausaufgabe 9.3 (Erzeugung kontextfreier Grammatiken)

Beweisen Sie, daß die Sprache $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ enthält doppelt so viele Nullen wie Einsen}\}$ kontextfrei ist. Geben Sie hierzu eine kontextfreie Grammatik für L an, erklären Sie ihren Aufbau und skizzieren Sie einen Korrektheitsbeweis.

Anmerkung: Aus dem Beweis sollte hervorgehen, welche Worte aus den einzelnen Hilfsymbolen der Grammatik hergeleitet werden können. Die Beweisbehauptungen für einen Induktionsbeweis sollten aufgestellt werden. Wegen der Anzahl der zu erwartenden Fälle (bedingt durch die Zahl der Regeln) reicht es, exemplarisch ein oder zwei Fälle im Induktionsschritt explizit aufzuschreiben.