Übung zur Vorlesung

Theoretische Informatik I

Prof. Dr. Christoph Kreitz
Universität Potsdam, Theoretische Informatik, WS 2008/09

Blatt 11 (Version 1) — Abgabetermin: 26.01.2009

Vorbereitung auf die nächste Vorlesung: Vertiefen Sie das Thema "Eigenschaften Kontextfreier Sprachen" " ein. Verwenden Sie hierzu z.B. die Vorlesungsfolien der Einheiten 3.3, das Kapitel 7 des Buches von Hopcroft, Motwani und Ullman, eines der empfohlenen Bücher oder das Internet.

Aufgabe 11.1 (Umwandlung eines PDA in eine kontextfreie Grammatik)

Gegeben ist der PDA $A = (\{q_0, q_1\}, \{0,1\}, \{Z_0, X\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$, wobei δ wie folgt definiert ist:

$$\begin{array}{rclcrcl}
\delta(q_0,1,Z_0) & = & \{(q_0,XZ_0)\} & \quad & \delta(q_0,\varepsilon,Z_0) & = & \{(q_0,\varepsilon)\} \\
\delta(q_0,1,X) & = & \{(q_0,XX)\} & & \delta(q_1,1,X) & = & \{(q_1,\varepsilon)\} \\
\delta(q_0,0,X) & = & \{(q_1,X)\} & & \delta(q_1,0,Z_0) & = & \{(q_0,Z_0)\}
\end{array}$$

Für die nicht aufgeführten Argumente sei der Funktionswert von δ die leere Menge. Erzeugen Sie mit dem in der Vorlesung angegebenen Verfahren eine kontextfreie Grammatik G an mit $L(G) = L(A)$.

Aufgabe 11.2 (Umwandlung einer kontextfreien Grammatik in einen PDA)

Sei $L = \{x\#y \mid x, y \in \{0,1\}^* \text{ und } x^R \text{ ist ein Teilwort von } y\}$.

1. Präzisieren Sie die Aussage "x^R ist ein Teilwort von y" durch eine mathematische Formel und geben Sie darauf aufbauend eine formale Beschreibung der Sprache L an.
2. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G an, welche die Sprache L erzeugt.
3. Geben Sie eine informelle Beschreibung eines PDAs an, der die Sprache L akzeptiert.
4. Erzeugen Sie mit dem in der Vorlesung angegebenen Verfahren aus der Grammatik G einen PDA A mit $L(A) = L(G) = L$.

Aufgabe 11.3 (Entwurf deterministischer Pushdown Automaten)

Zeigen Sie durch Angabe eines DPDAs, daß $L = \{a^i b^i c^j \mid i, j \geq 1\}$ deterministisch kontextfrei ist.

Aufgabe 11.4 (Etwas Theorie)

Für eine Sprache L sei präfixfrei(L) $\equiv$ "*kein Wort aus L ist echtes Präfix eines anderen Wortes aus L*.

Zeigen Sie: wenn L von einem DPDA durch Leeren des Stacks akzeptiert wird, dann gilt $\text{präfixfrei}(L)$.

Hausaufgabe 11.5 (Umwandlung einer kontextfreien Grammatik in einen PDA)

Sei $L=\{a^n b^m c^{2(n+m)} \mid n, m \in \mathbb{N}\}$.

1. Konstruieren Sie eine kontextfreie Grammatik $G=(V, T, P, S)$ mit $L=L(G)$ und erklären Sie die Arbeitsweise Ihrer Grammatik.
2. Geben Sie eine informelle Beschreibung eines PDAs an, der die Sprache L akzeptiert.
3. Wandeln Sie Ihre Grammatik in einen PDA $P_\varepsilon=\{Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, \emptyset\}$ um, der ein Wort w bei leerem Stack genau dann akzeptiert, wenn $w \in L$. Benutzen Sie die in der Vorlesung vorgestellte Methode.

Hausaufgabe 11.6 (Entwurf deterministischer Pushdown Automaten)

1. Entwerfen Sie einen deterministischen PDA, der die Sprache $L = \{0^n 1^m 0^{2n} \mid n, m>0\}$ akzeptiert.
2. Gibt es einen DEA A, der die Sprache L akzeptiert?

Begründen Sie Ihre Antworten.

Hausaufgabe 11.7 (Etwas Theorie: Minimale Pushdown-Automaten)

Zeigen Sie, dass es für jede kontextfreie Grammatik $G=(V, T, P, S)$, die nur Regeln der Form $A \to a\beta$ mit $a \in T$ und $\beta \in V^*$ enthält, einen PDA mit genau einem Zustand und ohne ε-Übergänge gibt, der $L(G)$ durch leeren Stack akzeptiert.

Tipp: Benutzen Sie das Verfahren zu Umwandlung einer kontextfreien Grammatik in einen PDA.

Anmerkung: Man kann zeigen, daß jede kontextfreie Sprache L, die das leere Wort nicht enthält, eine Grammatik in der oben beschriebenen sogennaten Greibach Normalform besitzt, welche L erzeugt.