

Theoretische Informatik II

Dr. Eva Richter / Holger Arnold

Universität Potsdam, Theoretische Informatik, Sommersemester 2008

Übungsblatt 4 (Version 2) — Abgabetermin: 19.5.2008, 12.00 Uhr

Aufgabe 4.1

Zeigen Sie, dass eine Sprache $A \subseteq \Sigma^*$ über einen Alphabet Σ genau dann entscheidbar ist, wenn sowohl A also auch $\bar{A} = \Sigma^* - A$ Turing-akzeptierbar sind.

Aufgabe 4.2

Zeigen Sie, dass es für jedes Alphabet Σ eine injektive Abbildung $enc : \Sigma^* \rightarrow \mathbb{N}$ gibt, die Wörter aus Σ^* als natürliche Zahlen codiert. Die Art der Codierung soll dabei nicht von der Größe des Alphabets Σ abhängen. Wie könnte mit Hilfe von enc eine Codierung von Turingmaschinen als natürliche Zahlen erfolgen?

Hinweis: Verwenden Sie die Eigenschaft, dass jede natürliche Zahl größer Null eine eindeutige Zerlegung in Primfaktoren besitzt.

Aufgabe 4.3

Geben Sie Abbildungen $pair : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $fst : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ und $snd : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit folgenden Eigenschaften an:

1. $fst(pair(x, y)) = x$ und $snd(pair(x, y)) = y$ für alle $x, y \in \mathbb{N}$.
2. $pair$ ist bijektiv (also injektiv und surjektiv), fst und snd sind surjektiv.

Aufgabe 4.4

Zeigen Sie: Um zu überprüfen, ob zwei endliche Automaten A und B die gleiche Sprache akzeptieren, genügt es, A und B auf allen Wörtern über dem gemeinsamen Alphabet bis zu einer bestimmten Länge zu simulieren und die Ergebnisse zu vergleichen. Welche Maximallänge ist dafür ausreichend?

Hinweis: Man kann nicht einfach die Anzahl der Zustände des größeren Automaten wählen. Orientieren Sie sich am Beweis der Entscheidbarkeit von EQ_{DEA} .

Hausaufgabe 4.5

Zeigen Sie, dass die Menge $SUBSET_{RE} = \{\langle R, S \rangle \mid R \text{ und } S \text{ sind reguläre Ausdrücke und } L(R) \subseteq L(S)\}$ entscheidbar ist.

Hausaufgabe 4.6

Eine Turingmaschine M heiße auf der Eingabe w *in einer Schleife*, wenn die Eingabe w bei M zu einer Konfigurationsfolge fhrt, in der mindestens eine Konfiguration mehr als einmal (und damit unendlich oft) vorkommt.

Zeigen Sie: Wenn die Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ von einer Turingmaschine M akzeptiert wird, so dass M auf jedem Wort von Σ^* entweder akzeptiert, ablehnt oder in eine Schleife gelangt, dann ist L entscheidbar.

Hausaufgabe 4.7

Beweisen Sie, dass jede unendliche Turing-akzeptierbare Sprache eine unendliche entscheidbare Teilmenge enthält.

Hinweis: Konstruieren Sie eine Turingmaschine, die den Aufzähler für die Turing-akzeptierbare Sprache simuliert und einige der aufgezählten Wörter auswählt. Der in Aufgabe 2.3 gegebene Satz kann ebenfalls hilfreich sein.

Hausaufgaben Für jede Hausaufgabe können Sie maximal 3 Punkte bekommen. Die Punkte werden nach folgenden Regeln vergeben:

- 3 Punkte* = die Aufgabe wurde im Wesentlichen korrekt gelöst
- 2 Punkte* = die Aufgabe wurde nur teilweise gelöst
- 1 Punkt* = die Lösung der Aufgabe enthielt größere Fehler oder Lücken
- 0 Punkte* = die Aufgabe wurde nicht gelöst oder enthielt sehr viele Fehler oder Lücken

Sprechzeiten Haben Sie Fragen, Anregungen oder Probleme? Lassen Sie es uns wissen!

- Sprechen Sie in den Übungen Ihre Tutorin bzw. Ihren Tutor an.
- Holger Arnold, Raum 1.21, holger@cs.uni-potsdam.de
Sprechzeiten: mittwochs 14.00–15.00 Uhr und nach Vereinbarung
- Dr. Eva Richter, Raum 1.25, erichter@cs.uni-potsdam.de
Sprechzeiten: dienstags 13.30–15.00 Uhr und nach Vereinbarung