

Kryptographische Hashfunktionen

**Proseminar/Seminar
Kryptographie und Datensicherheit
SoSe 2009 – Universität Potsdam**

Jan Jantzen

- Datenintegrität
- Hash- und Kompressionsfunktionen
- Sicherheit von Hashfunktionen
 - Zufallsorakelmodell
 - Vergleich von Sicherheitskriterien
- Konstruktion von Hashfunktionen
 - Das Merkle-Damgård-Konstrukt
 - Der Secure Hash Algorithm (SHA)
- Message Authentication Codes (MACs)
- Unbedingt Sichere MACs

Datenintegrität

In der Kryptographie ist Datenintegrität ein Sicherheitsaspekt, der verhindern soll, dass Nachrichten gefälscht oder manipuliert werden können.

Problem:

- Verschlüsselung schützt nur vor passiven Angriffen, nicht gegen aktive.
- Angreifer könnten Nachrichten abfangen und modifiziert weiterleiten.
- Der Empfänger kann nicht feststellen, dass eine Nachricht angegriffen wurde.

Hash- und Kompressionsfunktionen

Schutz durch separate Kontrollinformation.

Im Prinzip:

- Hashfunktionen erzeugen Hashwerte als Kontrollinformation.
- Absender ergänzt Kontrollinformation zur Nachricht
- Empfänger berechnet Hashwert aus Nachricht und vergleicht.
- Werte sollen nur übereinstimmen, wenn die Nachricht nicht verändert wurde.

Hash- und Kompressionsfunktionen

Def: Eine Hashfamilie ist ein Tupel (X, Y, K, H) , für das gilt:

1. X ist eine Menge möglicher Nachrichten.
2. Y ist eine endliche Menge möglicher Hashwerte.
3. K ist eine endliche Menge möglicher Schlüssel.
4. Für jedes $k \in K$ existiert eine Hashfunktion $h_k: X \rightarrow Y \in H$.

Schlüsselfreie Hashfunktionen können als Familien angesehen werden, in denen $|K| = 1$ ist.

Ist X eine endliche Menge, so ist die Hashfunktion eine Kompressionsfunktion. Hier gilt $|X| \leq |Y|$.

Sicherheit von Hashfunktionen

Bei einer Hashfunktion $h : X \rightarrow Z$ ist es meist das Ziel, dass Paare (x,y) mit $h(x)=y$ zu finden nur durch Auswahl einer Nachricht x und errechnen von $h(x)$ effizient lösbar ist.

Hierzu gibt es drei Aspekte die eine Hashfunktion erfüllen soll:

1. Einwegfunktion (Urbild resistent)
2. Schwach kollisionsresistent
3. Stark kollisionsresistent

Sicherheit von Hashfunktionen

Problem 1: Finde Urbild

Gegeben: Hashfunktion h , message digest y

Finde: x , mit $h(x)=y$.

Eine Hashfunktion h ist eine **Einwegfunktion**, wenn es keinen effizienten Algorithmus gibt, der Problem 1 löst.

Problem 2: Finde zweites Urbild

Gegeben: Hashfunktion $h : X \rightarrow Z$, Urbild x .

Finde: x' , mit $x \neq x'$ und $h(x')=h(x)$.

Eine Hashfunktion h ist **schwach kollisionsresistent**, wenn es keinen effizienten Algorithmus gibt, der Problem 2 löst.

Sicherheit von Hashfunktionen

Problem 3: Finde Kollision

Gegeben: Hashfunktion $h : X \rightarrow Z$.

Finde: x, x' , mit $x \neq x'$ und $h(x')=h(x)$.

Eine Hashfunktion h ist **stark kollisionsresistent**, wenn es keinen effizienten Algorithmus gibt, der Problem 2 löst.

Starke kollisionsresistenz setzt schwache kollisionsresistenz und Einwegfunktion voraus, da sich Problem 3 auf Problem 2 oder Problem 1 reduzieren lässt.

Zufallsorakelmodell

Zufallsorakelmodell

Auch Random Oracle Model (RO).

Ist theoretische Herangehensweise.

- Hashfunktionen werden idealisiert als zufällige Funktionen modelliert.
- Ermöglicht und vereinfacht Untersuchungen und Sicherheitsbeweise kryptographischer Verfahren, welche Hashfunktionen verwenden.
- Für in der Praxis verwendete Hashfunktionen kann man die Einwegeigenschaft oder die Kollisionsresistenz nicht beweisen.
- Hashfunktionen im RO haben diese Eigenschaften.
- Man kann eine zufällige (Hash)Funktion nicht effizient als Ganzes beschreiben.
- Daher Realisierung/Simulierung durch ein Orakel.

Zufallsorakelmodell

- Bei einer Anfrage nach dem Hashwert von x geht das Orakel wie folgt vor:
 - Das Orakel überprüft, ob $h(x)$ schon einmal erfragt und berechnet wurde, wenn
 - ja, dann wird dieser Wert zurückgegeben.
 - nein, dann wird ein zufälliger Wert zurückgegeben und als $h(x)$ gespeichert.
- Es wird eine zufällige Funktion $h : X \rightarrow Y$ definiert.
- Eine Orakelanfrage zählt in der Laufzeit eines Algorithmus als ein Schritt (konstante Zeit).

Zufallsorakelmodell

Angriffe im Zufallsorakelmodell

- **Las Vegas Typ Algorithmus:** Ein Algorithmus, mit Zufallselementen, der keine feste Laufzeit hat. Hier so modifiziert, dass er in bestimmter Zeit terminiert, aber Fehlschlag als Ergebnis liefern kann.
- **(ϵ, Q)-Algorithmus:** Wird hier benutzt, um einen Las Vegas Typ Algorithmus zu bezeichnen, der mit Q Orakelbefragungen mit einer Durchschnittswahrscheinlichkeit von ϵ ein Ergebnis liefert.
- **Geburtstagsparadoxon:** Beispiel, dafür dass Wahrscheinlichkeiten intuitiv häufig falsch eingeschätzt werden.

Es besagt, dass die Wahrscheinlichkeit bei 23 zufällig ausgewählten Personen zwei zu haben, die den gleichen Geburtstag haben größer als 50% ist. (Bei angenommener Gleichverteilung der Geburtstage)

Zufallsorakelmodell

Algorithmus 1

```
Finde_Urbild(h,y,Q){
  wähle zufällig  $X_0 \subseteq X, |X_0|=Q$ .
  für jedes  $x \in X_0$  tue {
    befrage Orakel nach  $h(x)$ .
    wenn  $h(x) = y$  Ergebnis:  $x$ .
  }
  Ergebnis: Fehlschlag.
}
```

Bei $h : X \rightarrow Y$

Ist die

Erfolgswahrscheinlichkeit

für Algorithmus 1:

$$e = 1 - (1 - 1/|Y|)^Q.$$

Bei $|Y| = 2^{16} = 65535$ Muss Q größer gleich 45426 sein um eine Wahrscheinlichkeit größer 0.5 zu erreichen.

Zufallsorakelmodell

Algorithmus 2

```
Finde_2_Urbild(h,x,Q) {  
    wähle zufällig  $X_0 \subseteq X/x, |X_0| = Q-1$ .  
     $y = h(x)$   
    für jedes  $x_0 \in X_0$  tue {  
        befrage Orakel nach  $h(x_0)$ .  
        wenn  $h(x_0) = y$  Ergebnis:  $x_0$ .  
    }  
    Ergebnis: Fehlschlag.  
}
```

Bei $h : X \rightarrow Y$

Ist die

Erfolgswahrscheinlichkeit
für Algorithmus 1:

$$e = 1 - (1 - 1/|Y|)^{Q-1}$$

Bei $|Y| = 2^{16} = 65535$ Muss Q größer gleich 45425 sein um eine Wahrscheinlichkeit größer 0.5 zu erreichen.

Zufallsorakelmodell

Algorithmus 3

```
Finde_Kollision(h,Q){
  wähle zufällig  $X \subseteq X, |X_0|=Q-1$ .
  für jedes  $x \in X_0$  tue {
    befrage Orakel nach  $h(x)$ .
    wenn  $h(x) = h(x')$  für ein  $x \neq x'$  Ergebnis:  $x$ .
  }
  Ergebnis: Fehlschlag.
}
```

Bei $h : X \rightarrow Y$ ist die Erfolgswahrscheinlichkeit für Algorithmus

$$3: e = 1 - \left(\frac{M-1}{M}\right)\left(\frac{M-2}{M}\right)\dots\left(\frac{M-Q+1}{M}\right) \quad M = |Y|$$

Für $e = 0,5$ ca. $1,18 * \sqrt{M}$.

Dies ist also ein $(0,5, O(\sqrt{M}))$ -Algorithmus

Zufallsorakelmodell

Im Zufallsorakelmodell ergibt sich zusammenfassend:

- k Bit Sicherheit bezüglich der Einweg-Eigenschaft und der schwachen Kollisionsresistenz.
- Nur $k/2$ ($(\sqrt{2^k})=2^{(k/2)}$) Bit Sicherheit bezüglich der starken Kollisionsresistenz.

Von einer "guten" Hashfunktion fordert man daher im Standardmodell (d.h. nicht im Zufallsorakelmodell), dass Urbilder und Kollisionen nur mit Aufwand
ungefähr 2^k
bzw. $2^{k/2}$
berechnet werden können sollen.

In der Praxis fordert man zur Zeit $k \geq 160$.

Vergleich von Sicherheitskriterien

Die folgenden zwei Reduktionen sind im Standardmodell gültig.

Sei $h : X \rightarrow Z$ eine Hashfunktion.

Können wir zweite Urbilder berechnen, so können wir Kollisionen berechnen:

- Wähle $x \in X$ zufällig.
- Berechne ein zweites Urbild $x' \neq x$ mit $h(x') = h(x)$.
- Ausgabe von x, x' .

Resistenz gegen Kollisionen impliziert Resistenz gegen schwache Kollisionen.

Vergleich von Sicherheitskriterien

Sei $h : X \rightarrow Y$ eine Kompressionsfunktion mit $|X| \geq 2|Y|$.
Können wir Urbilder berechnen, so können wir Kollisionen berechnen:

- Wähle $x \in X$ zufällig.
- Berechne ein Urbild x' von $h(x)$.
- Ausgabe von x, x' , wenn $x \neq x'$. Sonst Fehler.

Resistenz gegen Kollisionen impliziert die Einweg-Eigenschaft.

Konstruktion von Hashfunktionen

Neben Einwegeigenschaft und Kollisionsresistenz sollen Hashwerte von langen Nachrichten effizient ohne großen Speicheraufwand berechnet werden können.

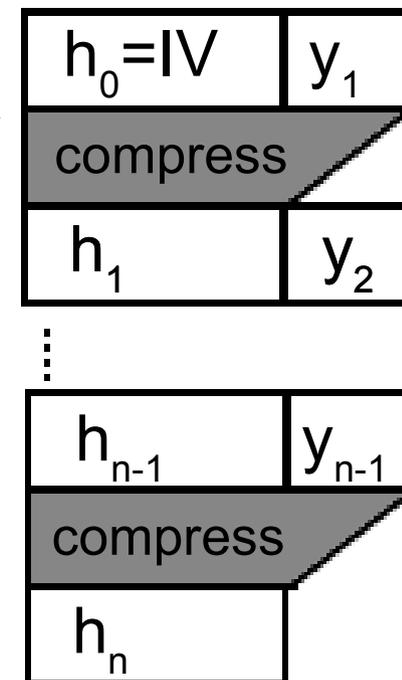
Allgemeines Prinzip: **Iterierung**

Nachricht mit geeignetem Bitstring und Nachrichtenlänge auffüllen (padding), dann in geeignete Blöcke m_n der Blocklänge (Bitlänge) r aufteilen.

Bei der Berechnung des Hashwerts eine Zustandsvariable h_n der Bitlänge i mitführen.

Erster Zustand ist $h_0 = \text{konstant IV}$, letzter Zustand h_n ist Hashwert.

In jedem Schritt eine Kompressionsfunktion auf y_{n+1} und h_n anwenden, liefert h_{n+1} .



Das Merkle-Damgård-Konstrukt

Hashfunktion $h : \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^n$ aus Kompressionsfunktion bauen.

Sei $f : \{0,1\}^m \rightarrow \{0,1\}^n$ eine Kompressionsfunktion und $r = m - n \geq 2$.

Der Hashwert von $x \in \{0,1\}^*$ wird dann wie folgt ausgerechnet:

- x hinten mit beliebigen Bits und der Nachrichtenlänge auffüllen und in s Blöcke $x_i \in \{0,1\}^r$ mit $0 \leq i \leq s-1$ aufteilen.
- $h_0 = IV$ für einen festen Initialwert.
- $h_{i+1} = f(h_i || x_i)$ für $0 \leq i \leq s-1$.
- Der Hashwert ist h_s .

Das Merkle-Damgård-Konstrukt

Theorem: Für eine kollisionsresistente Kompressionsfunktion g ist auch die durch die Merkle-Damgård erhaltene Hashfunktion h kollisionsresistent.

Beweisidee: Widerspruchsbeweis durch zeigen, das gilt: Wenn h nicht kollisionsresistent, dann ist g auch nicht kollisionsresistent.

Das Merkle-Damgård-Konstrukt

x_i = i. Block von x , s = Anzahl Blöcke,
 h_s = Hashwert.

Beweis: Sei $h(x) = h(x')$ mit $x \neq x'$.

Definiere $x_i, x'_i, s, s', h_i, h'_i$ wie in der Konstruktion. Wir können

$s \leq s'$ annehmen. Es gilt $h_s = h'_{s'}$.

Gilt $(h_{s-j}, x_{s-j}) = (h'_{s'-j}, x'_{s'-j})$ für alle $1 \leq j \leq s$, so folgt $s = s'$

wegen des Paddings und dann $x = x'$ im Widerspruch zur Annahme.

Sei also j minimal mit $1 \leq j \leq s$ und $(h_{s-j}, x_{s-j}) = (h'_{s'-j}, x'_{s'-j})$.

Dann gilt

$h_{s-(j-1)} = h'_{s'-(j-1)}$, $h_{s-(j-1)} = g(h_{s-j} || x_{s-j})$ und $h'_{s'-(j-1)} = g(h'_{s'-j} || x'_{s'-j})$.

Hieraus folgt: $g(h_{s-j} || x_{s-j}) = g(h'_{s'-j} || x'_{s'-j})$

Somit gibt es eine Kollision der Kompressionsfunktion. Diese kann durch einen Algorithmus "effizient" gefunden werden, in dem die Merkle-Damgård Konstruktion für x und x' ausgeführt wird.

Secure Hash Algorithm

SHA-1 (Secure Hash Algorithm):

- Von der NSA 1995 veröffentlicht,
- 160 Bit Hashwerte (interne Blockgröße 512 Bit).
- Am weitesten verbreitete Hashfunktion.
- Im ISO/IEC 10118-3 und FIPS180-1 standardisiert.
- Sicherheit angeknackst:

Auf der CRYPTO 2005 wurde von Xiaoyun Wang, Andrew Yao und Frances Yao ein verbesserter Kollisionsangriff auf SHA-1 mit einer Laufzeit von ca. 2^{63} anstelle von 2^{80} vorgestellt.

SHA-256, SHA-384, SHA-512:

- Im FIPS180-2.
- 256, 384 und 512 Bit Hashwerte.
- 2001 veröffentlicht.

Secure Hash Algorithm

SHA-1

SHA-1 Padding:

- Eingabe x . Setze $d \leftarrow (447 - |x|) \bmod 512$.
- $L \leftarrow$ Binärdarstellung von $|x|$, wobei $|L| = 64$.
- $y \leftarrow (x || 1 || 0^d || L)$. Ausgabe y .

\vee logisches Oder, \wedge logisches Und, $-$ Negation.

80 Funktionen:

$$f_i(B,C,D) = \left. \begin{array}{ll} (B \wedge C) \vee (-B \wedge D) & \text{für } 0 \leq i \leq 19 \\ B \oplus C \oplus D & \text{für } 20 \leq i \leq 39 \\ (B \wedge C) \vee (B \wedge D) \vee (C \wedge D) & \text{für } 40 \leq i \leq 59 \\ B \oplus C \oplus D & \text{für } 60 \leq i \leq 79. \end{array} \right\}$$

Secure Hash Algorithm

SHA-1

80 Konstanten:

$$K_i = \left\{ \begin{array}{ll} 5A827999 & \text{für } 0 \leq i \leq 19 \\ 6ED9EBA1 & \text{für } 20 \leq i \leq 39 \\ 8F1BBCDC & \text{für } 40 \leq i \leq 59 \\ CA62C1D6 & \text{für } 60 \leq i \leq 79. \end{array} \right\}$$

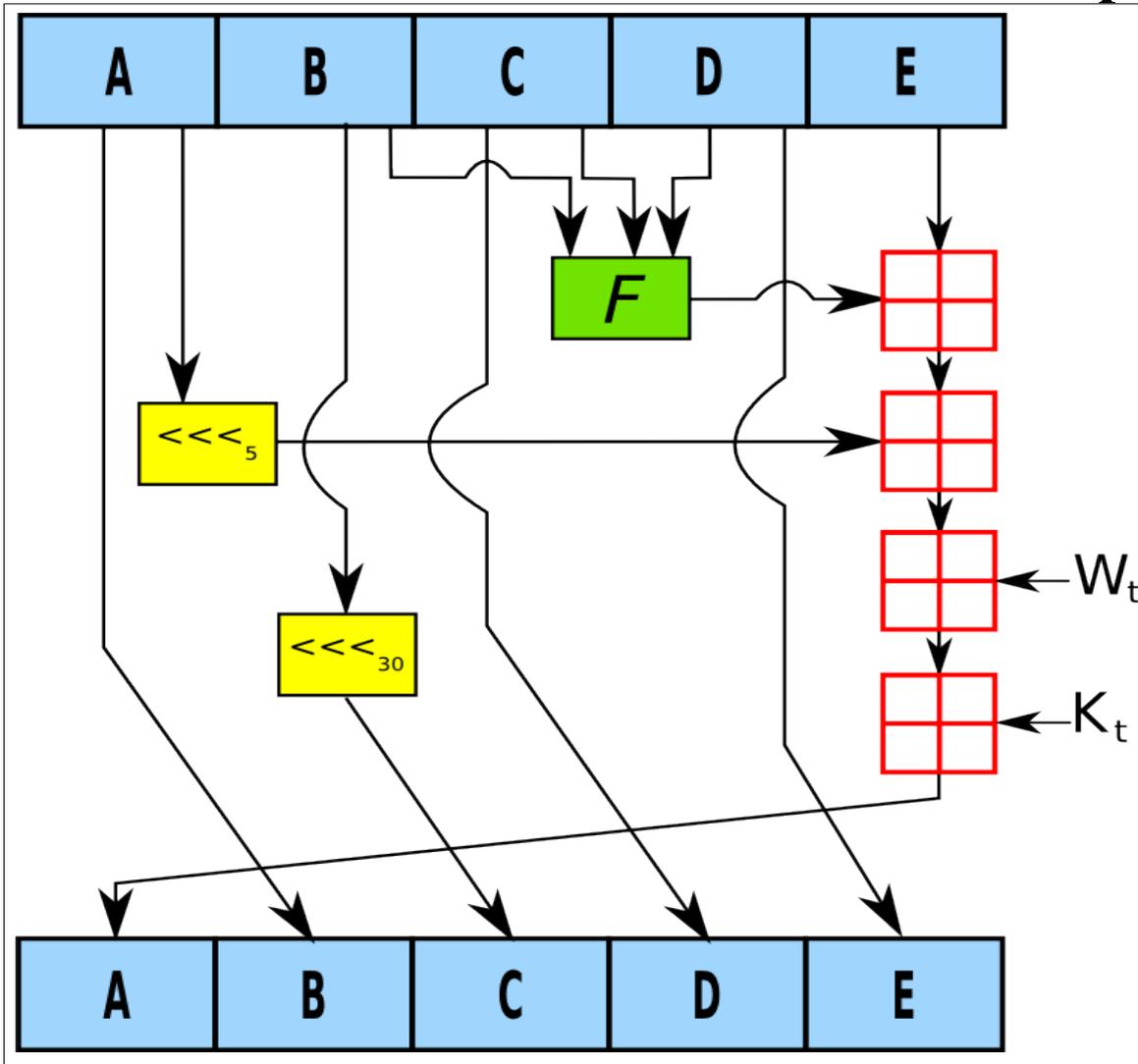
ROTL^x = zyklischer Shift um x Bits nach Links. + Addition modulo 2^{32} .

Kompressionsfunktion $f: \{0,1\}^{512} \times \{0,1\}^{160} \rightarrow \{0,1\}^{160}$:

- Eingabe $M \in \{0,1\}^{512}$, $H \in \{0,1\}^{160}$.
- Schreibe $M = W_0 \parallel \dots \parallel W_{15}$ mit $W_i \in \{0,1\}^{32}$.
- Schreibe $H = H_0 \parallel \dots \parallel H_4$ mit $H_i \in \{0,1\}^{32}$.
- Für $t \leftarrow 16, \dots, 79$: $W_t \leftarrow \text{ROTL}^1(W_{t-3} \oplus W_{t-8} \oplus W_{t-14} \oplus W_{t-16})$.
- $A \leftarrow H_0, \dots, E \leftarrow H_4$.

Secure Hash Algorithm

Eine Iteration der SHA-1 Kompressionsfunktion



A, B, C, D und E
sind 32-bit Wörter.

F: variierende Funktion

\lll_n ist ROTLⁿ

W_t ist das Nachrichtenwort
Aus Runde t,

W_t

K_t ist die Konstante
der Runde t.

 ist Addition modulo 2^{32} .

Secure Hash Algorithm

SHA-1

- Für $t \leftarrow 0, \dots, 79$:
 - $y \leftarrow \text{ROTL}^5(A) + f_t(B, C, D) + E + W_t + K_t$.
 - $E \leftarrow D, D \leftarrow C, C \leftarrow \text{ROTL}^{30}(B)$.
 - $B \leftarrow A, A \leftarrow y$.
 - $H_0 \leftarrow H_0 + A, \dots, H_4 \leftarrow H_4 + E$.
 - Ausgabe $H_0 \parallel \dots \parallel H_4$.
- SHA-1:
- Eingabe $x \in \{0, 1\}^*$.
 - $x \leftarrow \text{SHA-1 Padding}(x)$.
 - Schreibe $x = M_1 \parallel \dots \parallel M_n$ mit $M_i \in \{0, 1\}^{512}$.
 - $H \leftarrow 67452301 \text{ EFCDAB89 } 98\text{BADCFE } 10325476 \text{ C3D2E1F0}$.
 - Für $i \leftarrow 1, \dots, n$: $H \leftarrow f(M_i, H)$.
 - Ausgabe von H .

Message Authentication Codes

Message Authentication Codes

Entspricht Hashfunktionen mit geheimen Schlüsseln.

$h : K \times M \rightarrow H, \text{MAC} = h_k(m).$

- h parametrisierte Hashfunktion.
- m Nachricht.
- k geheimer Schlüssel.

Mit der Nachricht m wird $h_k(m)$ übertragen. Der Empfänger berechnet $h_k(m)$ aus m und k und vergleicht mit dem gesendeten MAC.

Liefert Datenintegrität und Authentizität.

Message Authentication Codes

Angriffe auf Message Authentication Codes:

- **No message attack**

- Angreifer kennt Hashfamilie aber nicht den konkreten Schlüssel
- Angreifer versucht ein gültiges Paar (x, MAC) zu bestimmen

- **Known message attack**

- Angreifer kennt gültige Paare $(x_1, \text{MAC}_1), \dots, (x_Q, \text{MAC}_Q)$
- Angreifer versucht ein neues gültiges Paar zu erzeugen

- **Chosen message attack**

- Angreifer kann MACs für selbstgewählte x_1, \dots, x_Q bestimmen ohne K zu kennen
- (ϵ, Q) -Fälschung: Angreifer versucht mit Wahrscheinlichkeit $\epsilon > 0$ ein neues gültiges Paar zu erzeugen
- Ein MAC ist sicher, wenn keine chosen message attack effizient ist

Message Authentication Codes

Geschachtelte MACs

Seien $g : K_1 \times \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^m$ und $h : K_2 \times \{0,1\}^m \rightarrow \{0,1\}^n$, mit $m \geq n$.

Wir zeigen: Ist g_{k_1} kollisionsresistent bei unbekanntem Schlüssel und H_{k_2} ein sicherer MAC, so ist $h_{k_2} \circ g_{k_1}$ ein sicherer MAC.

Wir betrachten dazu folgende Angreifer:

1. Kollisionsangriff bei unbekanntem Schlüssel: k_1 ist geheim, der Angreifer erhält trotzdem die Werte $g_{k_1}(x)$ für x seiner Wahl. Er versucht eine Kollision $g_{k_1}(x_i) = g_{k_1}(x_j)$ mit $x_i \neq x_j$ zu finden.
2. Kleiner MAC Angreifer: Angreifer gegen h_{k_2} .
3. Großer MAC Angreifer: Angreifer gegen $h_{k_2} \circ g_{k_1}$.

Erwartete (ideale) Sicherheit bei 1. ist $x/2$ Bits.

Erwartete (ideale) Sicherheit bei 2. ist n Bits.

Message Authentication Codes

Geschachtelte MACs

Ein (e, Q, t) -Angreifer gegen 1, 2 oder 3 führt einen erfolgreichen Angriff bei zufälliger und gleichverteilter Schlüsselwahl mit Wahrscheinlichkeit e und Q Orakelanfragen in Zeit t aus.

Theorem: Gibt es einen (e, Q, t) -Angreifer gegen 3, so gibt es auch einen $(e_1, Q+1, t)$ -Angreifer gegen 1 und einen (e_2, Q, t) -Angreifer gegen 2 mit $e_1 + e_2 = e$.

Anwendung: Falls es keinen $(\geq e, \leq Q, \leq t)$ -Angreifer gegen 1 oder 2 gibt, so gibt es auch keinen $(\geq 2e, \leq Q-1, \leq t)$ -Angreifer gegen 3.

Message Authentication Codes

HMAC

Als Anwendung des Theorems ergeben sich HMACs.
Gegeben eine Hashfunktion $h : \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^b$.

HMAC von Nachricht x und Schlüssel k :

- $\text{HMAC} = h(k\|\text{opad}\|h(k\|\text{ipad}\|x))$.
 $\text{HMAC} = h(k\oplus\text{opad}\|h(k\oplus\text{ipad}\|m))$.
- $\text{opad} = 0x3636 \dots 36$.
- $\text{ipad} = 0x5C5C \dots 5C$.

Die Benutzung von k anstelle von k_1 und k_2 basiert auf der Annahme, dass der "Unterschied" von einem Angreifer aufgrund der Hashfunktionseigenschaften nicht bemerkt werden kann.

Message Authentication Codes

HMAC

Innere Anwendung von h im HMAC:

- Benötigt Sicherheit bezüglich Kollisionen bei unbekanntem k .

Äußere Anwendungen von h im HMAC:

- Die Länge des Paddings wird so eingestellt, dass eine volle Blocklänge der Kompressionsfunktion von h erreicht wird.
- Damit wird bei der zweiten Berechnung von h nicht intern iteriert.
- Benötigt Sicherheit der Kompressionsfunktion als MAC (Pseudozufallsfunktion).

Wegen Geburtstagsangriffen ist die Sicherheit von HMAC bei iterierten Hashfunktionen trotzdem nur $2^{b/2}$.

Relativ gutes Beispiel:

- HMAC mit $h = \text{SHA-256}$, MAC-Wert bei Bedarf auf 128 Bit kürzen.

Message Authentication Codes

CBC-MAC: Iterative Konstruktion

- Verwende Kryptosystem mit $E: K \times \{0, 1\}^m \rightarrow \{0, 1\}^m$
- Zerlege Bitstring (nach Padding) in Wörter x_1, x_2, \dots, x_t der Länge m
- Wähle Initialwert $y_0 \in \{0, 1\}^m$ (z.B. $y_0 := 0^m$)
- In Schritt $i \leq t$ berechne $y_i = E_K(y_{i-1} \oplus x_i)$
- Ergebnis ist $\text{MAC}(K, x) = y_t$

Sicherheit:

- Bester bekannter Angriff (Geburtstagsattacke) liefert $(0.5, 2^{m/2})$ Fälschung

Unbedingt sichere MACs

Hier gehen wir davon aus, dass der Schlüssel nach jeder Nachricht ausgetauscht wird.

Deshalb sind nur $(e,0)$ - und $(e,1)$ -Fälschungen möglich.

Ein MAC-Algorithmus ist dann unbedingt sicher, wenn es keine $(e,0)$ - oder $(e,1)$ -Fälscher gibt, bei denen e einen relevanten Wert hat.

Pd_q für $q = \{0,1\}$:

Deception Probability \rightarrow max. Wert für e für eine (e,q) -Fälschung
payoff(x,y) :

Wahrscheinlichkeit, dass (x,y) gültiges Paar ist

payoff(x',y' ; x,y) :

bedingte Wahrscheinlichkeit, dass (x',y') gültiges Paar ist, wenn (x,y) gültig ist

Unbedingt sichere MACs

Authentizitätstabelle

Hash Family (X, Y, K, H)

$$X = Y = \{0,1,2\}$$

$$K = \{0,1,2\} \times \{0,1,2\}$$

für alle $K = (a,b)$

$$h(a,b) = a \times b \pmod{3}$$

(3,3)-Hash Family

key	0	1	2
(0,0)	0	0	0
(0,1)	1	1	1
(0,2)	2	2	2
(1,0)	0	1	2
(1,1)	1	2	0
(1,2)	2	0	1
(2,0)	0	2	1
(2,1)	1	0	2
(2,2)	2	1	0

Unbedingt sichere MACs

Beispiel für eine (e,0)-Fälschung:

Auswählen einer Nachricht x und raten eines korrekten y .

(x,y) ist Fälschung, wenn $h_k(x)=y$

$$Pd_0 = 1/3$$

Beispiel für eine (e,1)-Fälschung:

Angenommen es wurde das Paar $(0,0)$ abgefangen.

Dies grenzt mögliche Schlüssel auf $\{(0,0),(1,0),(2,0)\}$ ein.

Nun ist z.B. Paar $(1,2)$ genau dann eine Fälschung, wenn $k = (2,0)$.

$$Pd_1 = 1/3.$$

key	0	1	2
(0,0)	0	0	0
(0,1)	1	1	1
(0,2)	2	2	2
(1,0)	0	1	2
(1,1)	1	2	0
(1,2)	2	0	1
(2,0)	0	2	1
(2,1)	1	0	2
(2,2)	2	1	0

Referenzen

- Douglas R. Stinson: Cryptography: Theory and Practice. 3rd Edition, Chapman & Hall/CRC 2006
- Script zur Vorlesung Kryptographie im Wintersemester 2007 an der Technischen Universität Berlin. Dozenten: Prof. Dr. Florian Heß, Dipl.-Math. Osmanbey Uzunkol
<http://www.math.tu-berlin.de/~hess/krypto-ws2007/>
- Wiki Projekt Kryptologie
http://de.wikipedia.org/wiki/Wikipedia:WikiProjekt_Kryptologie
- Folien zur Veranstaltung Kryptographie und Komplexität Universität Potsdam, Wintersemester 2007/2008.
Prof. Kreitz

Alle Webadressen stand:18.05.2009