Tutorium Theorie I, 10.11.2009

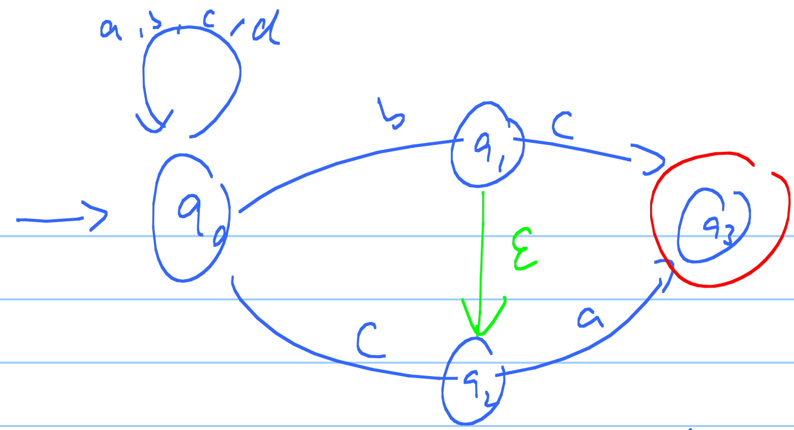
Notiztitel 11/3/2009

Bisherige Themen:
- *mathematische Beweisfuehrung, Induktion*
- *Endliche Automaten, Konstruktion / Analyse*, Mealy Automaten
- NEA → Umwandlung in DEA

FRAGEN:

- Teilmengenkonstruktion (was ist mit ε-Übergängen?) ✓
- Beweise für Sprache mit ε-Übergänge!
- Mealy Berechenbarkeit!
- Beispiel mit Konfigurationen (Sprache)

NEA für {w | ~~w = vabc~~ ~~oder~~ w = vbc oder w = vca}

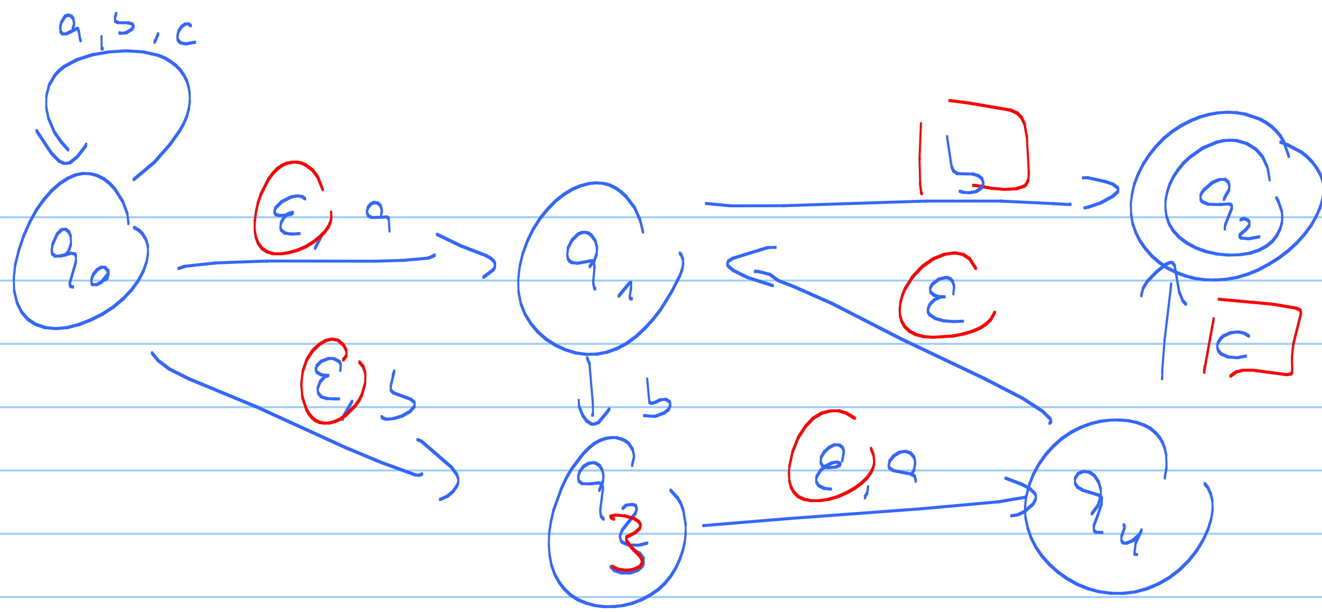


Zustände für DEA $= \mathcal{P}(\{q_0, q_1, q_2, q_3\}) = \{\emptyset, \{q_1\}, \{q_2\} \dots$
$\dots \{q_1, q_2, q_3, q_4\}\}$

		a	b	c	d	e
A	$\{q_0\}$	$\{q_0\}$ A	$\{q_0, q_1, q_2\}$ B	$\{q_0, q_2\}$ C	$\{q_0\}$ A	$\emptyset$
B	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_3\}$ A	$\{q_0, q_1, q_2\}$ B	$\{q_0, q_2, q_3\}$ D	$\{q_0\}$ A	$\emptyset$
C	$\{q_0, q_2\}$	$\{q_0, q_3\}$ E	$\{q_0, q_1, q_2\}$ B	$\{q_0, q_2\}$ C	$\{q_0\}$ A	$\emptyset$
D	$\{q_0, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_3\}$ E	$\{q_0, q_1, q_2\}$ B	$\{q_0, q_2\}$ C	$\{q_0\}$ A	$\emptyset$
E	$\{q_0, q_3\}$	$\{q_0\}$ A	$\{q_0, q_1, q_2\}$ B	$\{q_0, q_2\}$ C	$\{q_0\}$ A	$\emptyset$
	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

$\hat{\delta}_N(\{q_0\}, a) \cup \hat{\delta}_N(\{q_1\}, a)$
$= \{q_0\} \cup \emptyset$

A33



Was ist die Sprache und wie beweist man das?

ε-Hülle $(q_0) = \{q_0, q_1, q_3, q_4\}$

- Um q_2 zu erreichen muß das Wort mit b oder c enden
- Wenn w mit b oder c endet, kommt man von q_0 mit ε-Übergänge nach q_1 und mit b nach q_2
  bzw q_4 c q_2

$L(A) = \{ w \mid \exists v \in \{a,b,c\}^* .\ w = vb \text{ oder } w = vc \}$

erste Versuch wird 'scheitern'!

Was beweisen wir?

(1) Für alle $v \in \{a,b,c\}^*$. $(q_0, vu) \vdash^* (q_i, u)$

und alle u für $q_i \in \{q_0, q_1, q_3, q_4\}$

(2) Für alle $w \in \{a,b,c\}^*$.

$$(q_0, w) \vdash^* (q_2, \varepsilon) \iff w = vb \text{ oder } w = vc$$

für ein $v \in \{a,b,c\}^*$

Beweis

daraus folgt: $\boxed{L(A) = \{w \mid (q_0, w) \vdash^* (q_2, \varepsilon)\}}$

$= \{w \mid w = vb \text{ oder } w = vc \dots\}$

Fallunterscheidung: $w = \varepsilon$ oder $w = vx$ für ein $v \in \{a,b,c\}^*$ und $x \in \{a,b,c\}$

a) $w = \varepsilon$: $(q_0, w) \not\vdash^* (q_2, \varepsilon)$ weil $q_2 \notin \varepsilon\text{-Hülle}\{q_0\}$

✓ und $\varepsilon \neq vb$ und $\varepsilon \neq vc$ für jedes $v \in \{a,b,c\}^*$

b) $w = vx$

mit (1) wissen wir

$$\boxed{(q_0, vb) \vdash^* (q_1, \overset{b}{\cancel{\varepsilon}})}$$

und $(q_0, v, c) \vdash' (q_4, \overset{c}{\cancel{\varepsilon}})$

also $\boxed{(q_0, vb) \vdash^* (q_1, b)} \vdash (q_2, \varepsilon)$

und $(q_0, vc) \vdash (q_4, c) \vdash (q_2, \varepsilon)$

d.h. wenn $w = vb$ oder $w = vc$ dann $(q_0, w) \vdash^* (q_2, \varepsilon)$

umgekehrt: wenn $(q_0, vx) \vdash^* (p, x) \vdash (q_2, \varepsilon)$

dann ist $x = b$ oder $x = c$

also $w = vb$ oder $w = vc$ ✓

(1) Für alle $u, v \in \{a, b, c\}^*$ $(q_0, vu) \vdash (q_i, u)$

für $q_i \in \{q_0, q_1, q_3, q_4\}$

Strukturelle Induktion über v

Basisfall $v = \varepsilon$:

$$(q_0, u) \vdash (q_0, u) \quad \text{identisch}$$
$$(q_0, u) \vdash (q_1, u) \quad \varepsilon$$
$$(q_0, u) \vdash (q_3, u) \quad \varepsilon$$
$$(q_3, u) \vdash (q_4, u) \quad \varepsilon$$

also $(q_0, u) \vdash^* (q_4, u)$

Annahme sei für ein v und alle u gezeigt

$$(q_0, vu) \vdash^* (q_i, u) \quad \ldots$$

Zeige Für $w = vx$, $x \in \{a, b, c\}$ und alle u gilt

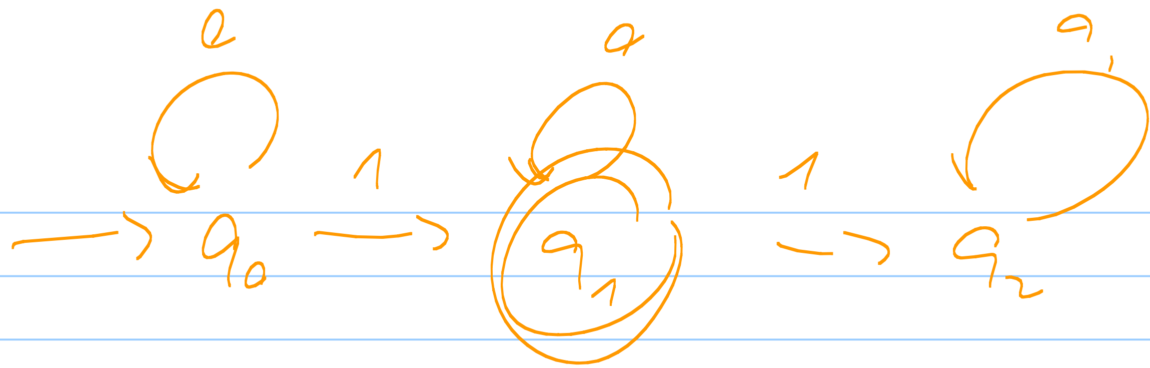
$$(q_0, wu) \vdash (q_i, u)$$

Es gilt $(q_0, wu) = (q_0, v\boxed{xu})$

und Ind. Annahme: $\vdash^* (q_0, xu)$

$$\boxed{\vdash} (q_0, u)$$

$q_i \in \{q_0, q_1, q_3, q_4\}$ $\quad \vdash^* (q_i, u)$ „analog zu ε“



$$\delta(q_0, w) = q_1 \iff w \text{ enthält genau eine } 1$$

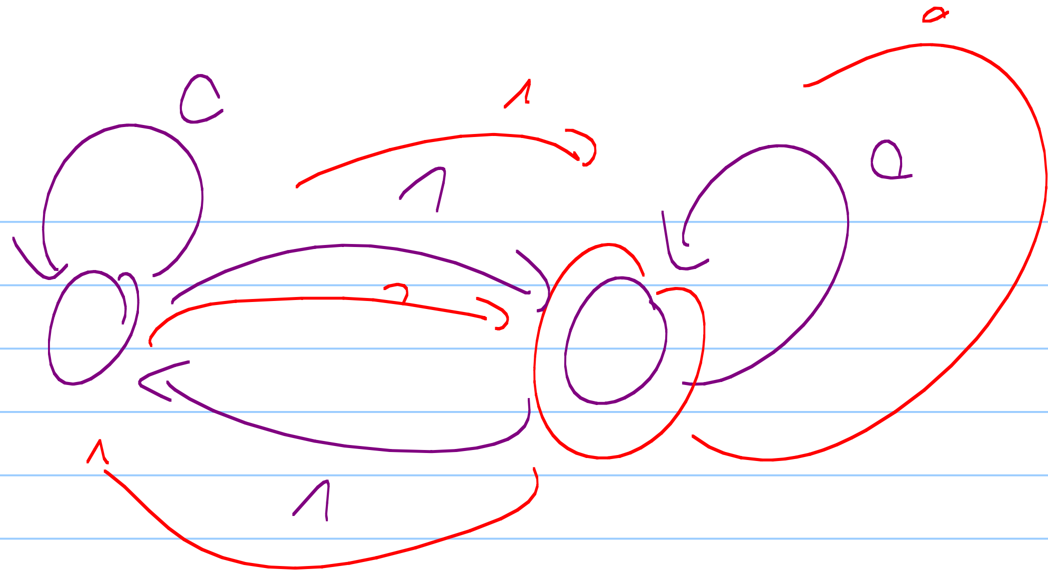
$L(A)$ identifizieren als Menge "L" $= \{ w \mid \text{Eigenschaft}(w) \}$

Beweise $L(A) = L$ d.h. $w \in L(A) \iff w \in L$

$\iff \text{Eigenschaft}(w)$

$\Uparrow$

für ein $q_f \in F$ gilt: $(q_0, w) \vdash^* (q_f, \varepsilon)$



1 0 1 1 = 11

8 0 2 1

0015

Führende Null