Tutorium Theorie I, 26.1.2010

Note Title 11/3/2009

- 12.2 (4)

- Chomsky Normalform ~ "offiziell"

  G in CNF wenn nur Regeln der Form

  $A \to BC$, $A \to a$ $A, B, C \in V$, $a \in T$

  vorkommen

  was ist mit $\varepsilon \in L(G)$??

  Erlaubt ist auch $S \to \varepsilon$ wenn S nicht auf rechter Seite einer Regel erscheint (nicht offiziell)

- Jede kf-Grammatik G mit $L(G) \not\ni \varepsilon$ kann in eine äquivalente Grammatik G' in CNF umgewandelt werden

• Jede kfG G kann in eine CNF G' umgewandelt werden mit $L(G') = L(G) \setminus \{\varepsilon\}$

bzw in eine schwache CNF ($S \to \varepsilon$ erlaubt) und $L(G) = L(G')$

<u>Wie</u>: was stört muß ersetzt werden

1) ε-Regeln $(A \to \varepsilon)$
2) Einerregeln $(A \to B)$
3) überlange Regeln $(A \to bcd \ldots)$
4) Mischregeln $(A \to aB \mid Ba)$
5) alles was überflüssig ist

<u>Beispiel</u> (12.3) $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, P, S)$

$S \to aBC \mid Bb \mid C \mid \varepsilon$
$A \to SB \mid a \mid Ca$
$B \to C \mid a \mid \varepsilon$
$C \to Ca \mid B \mid AS$

1) eliminierbare Symbole:

S, B

C, A

Neue Regeln:

$S \to aBC \mid aC \mid aB \mid a \mid Bb \mid b \mid C$

$A \to SB \mid S \mid B \mid a \mid Ca \mid$

$B \to C \mid a$

$C \to Ca \mid a \mid B \mid AS \mid S \mid A$ ($S \to \varepsilon$ wurde entfernt)

2) Einheitsproduktione

Einheitspaare

(S,S)	(S,C)	(S,B)	(S,A)
(A,A)	(A,S)	(A,B)	(A,C)
(B,B)	(B,C)	(B,S)	(B,A)
(C,C)	(C,B)	(C,S)	(C,A)

Bestimme $\{ X \to \alpha \mid Y \to \alpha$ keine Einheitsproduktion$\}$ für alle Einheitspaare (X,Y)

$S \to aBC \mid aC \mid aB \mid a \mid \cancel{Bb} \mid b \mid SB \mid AS \mid Ca \mid$

$A \to$

$B \to$ " " " "

$C \to$

3) erreichbar $\{S, B, C, A, a, b\}$ nichts fällt weg

erzeugend alle $\{a, b, S, A, B, C\}$

4) Separieren: brauchen $X_a \to a$ $\quad \cancel{X_b \to b}$

$S \to X_a BC \mid X_a C \mid X_a B \mid a \mid \cancel{B X_b} \mid b \mid SB \mid AS \mid C X_a$

A " "

B

C

5) Überlange Regeln $\quad S \to X_a BC \qquad S \to X_a Y$

$Y \to BC$

$S \to X_a Y \mid X_a C \mid X_a B \mid a \mid B X_b \mid b \mid SB \mid AS \mid C X_a$

A " "

B

C

$Y \to BC \qquad X_a \to a \qquad X_b \to b$

6) Wir hatten $S \to \varepsilon$ entfernt

Zusatzregeln $S' \to X_a Y \mid X \dots$ $(X_a$

$S' \to \varepsilon$

für den Sonderfall

$G = (\{S', S, A, B, C\}, \{a, b\}, ?, S')$

sollte man $S' \to S$ statt diese nehmen?

keine CNF, d auf jeden Fall verletzt
man könnte auch zwei 'verletzende' Regeln nehmen
und den Rest in CNF halten

$G = (\{S' \mid \boxed{S, A, B, C}\}, \{a, b\}, P_{CNF} \cup \{S' \to \varepsilon, S' \to S\}, S')$

12.2.4 $L_4 = \{ \underbrace{0^{n_1} 2 1^{n_1}} \underbrace{0^{n_2} 2 1^{n_2}} \ldots \underbrace{0^{n_m} 2 1^{n_m}} \mid n_1, \ldots \in \mathbb{N} \}$

zeige $L_4 \in \mathcal{L}_2$ nur mit Abschlusseigenschaften

$= \{ 0^n 2 1^n \mid n \in \mathbb{N} \}^*$

$= L_{01}$ $\qquad L_{01} = \{ 0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N} \}$

Homomorphismen vorwärts $h(L_{01}) = \{ h(0)^n h(1)^n \mid n \in \mathbb{N} \}$

funktionieren nicht

rückwärts d.h. $\{ 0^n 2 1^n \mid n \in \mathbb{N} \} = \{ w \mid h(w) = 0^n 1^n$ für ein $n \in \mathbb{N} \}$

So nicht

$h(0) = 0$
$h(1) = 1$
$h(2) = \varepsilon$

für alle $w \in \{ 0^n 2 1^n \mid n \in \mathbb{N} \}$
gilt $h(w) = h(0)^n h(2) h(1)^n$
$= 0^n \varepsilon 1^n = 0^n 1^n$

aber $h(0221) = 01$ ↯

$| \; h^{-1}(L_{01}) = \{ 0^n 2^m 1^n \mid n,m \in \mathbb{N} \} \neq \{ 0^n 2 1^n \mid n \in \mathbb{N} \}$

Andere Idee: $h(0) = 0 \quad h(1) = 1 \quad h(2) = 01$

$$h^{-1}(L_{01}) = \{ 0^n 2 1^n \mid n \in \mathbb{N} \} \cup \{ 0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N} \}$$

regulär

$$h^{-1}(L_{01}) \cap L(0^* 2 1^*) = \{ 0^n 2 1^n \mid n \in \mathbb{N} \}$$

geht auch für andere Homomorphismus

Typ 2 geschnitten mit regulär ist kontextfrei

Insgesamt: 1) Inverser Homomorphismus
2) Schnitt mit regulär
3) Sternbildung

$$L_4 = \left(h^{-1}(L_{01}) \cap L(0^* 2 1^*) \right)^* \text{ ist kontextfrei}$$

Grammatik wäre einfacher

$$\left(\begin{array}{l} S \to 0S1 \mid 2 \\ S' \to S'S \mid S \end{array} \right)$$