

Theoretische Informatik I

Prof. Dr. Christoph Kreitz / Thomas Rath

Universität Potsdam, Theoretische Informatik, WS 2009/10

Blatt 3 (Version 2) — Abgabetermin: **17.11.2009, 10:00 Uhr**

Vorbereitung auf die nächste Vorlesung: Arbeiten Sie sich in das Thema “Reguläre Ausdrücke” ein. Verwenden Sie hierzu z.B. die Vorlesungsfolien der Einheit 2.3, das Kapitel 3 des Buches von Hopcroft, Motwani und Ullman, eines der empfohlenen Bücher oder das Internet.

Aufgabe 3.1 (Konfigurationen)

Gegeben sei der Automat $A = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_1\})$ mit

δ	a	b
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
$*q_1$	q_0	q_1

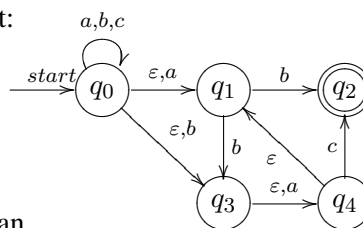
1. Beschreiben Sie die Abarbeitung des Wortes „ $abaa$ “ mit Hilfe von Konfigurationen.
2. Beweisen Sie induktiv mit Hilfe von Konfigurationen, dass der Automat A Folgen von a 's und b 's mit ungerader Anzahl von a 's akzeptiert.

Aufgabe 3.2 (Mealy-Automat)

Entwerfen Sie einen deterministischen Mealy-Automaten, der in jedem Schritt „y“ (für „yes“) ausgibt, wenn das bisher eingelesene Wort in der Sprache $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid (|w|_a - |w|_b) \bmod 3 = 0\}$ liegt, und sonst „n“ (für „no“) ausgibt. Begründen Sie Ihre Lösung.

Aufgabe 3.3 (Analyse eines NEA)

Gegeben sei der nichtdeterministische endliche Automat (NEA) $A = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b, c\}, \delta, q_0, \{q_2\})$, wobei δ durch den folgenden Graphen definiert ist:



1. Geben Sie die ε -Hüllen aller Zustände von A an.
2. Beschreiben Sie die Abarbeitung des Wortes „ $cbac$ “ mit Hilfe der erweiterten Zustandsüberföhrungsfunktion. Wird dieses Wort akzeptiert?
3. Geben Sie zwei Konfigurationsfolgen an, die zeigen, dass das Wort „ $babb$ “ von A akzeptiert wird.
4. Welche Sprache akzeptiert der Automat A ?

Aufgabe 3.4 (Konstruktion eines NEA, Konversion in DEA)

Sei $L = \{w \in \{a, b, c, d\}^* \mid w = vabc \text{ oder } w = vbc \text{ oder } w = vca \text{ für ein } v \in \{a, b, c, d\}^*\}$.

1. Entwerfen Sie einen NEA $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, der die Sprache L akzeptiert.
2. Wandeln Sie Ihren nichtdeterministischen Automaten A in einen deterministischen Automaten $A' = (Q', \Sigma', \delta', q'_0, F')$ um, der dieselbe Sprache wie A akzeptiert. Benutzen Sie die (iterative, optimierte) Teilmengenkonstruktion zur Berechnung von Q' .

Hausaufgabe 3.5 (Mealy-Automat)

[3 Punkte]

Ein Schwarz-Weiß-Bild sei durch eine Folge von 0'en und 1'en codiert. Durch Schmutz können einzelne Pixel verfälscht sein. Daher ist es nützlich, solche Sequenzen zu glätten.

Entwerfen Sie einen Mealy-Automaten M , der eine Eingabefolge von 0'en und 1'en auf folgende Art glättet: Ein Farbwechsel findet nur dann statt, wenn mindestens zwei aufeinanderfolgende Bits gleich sind. Es muß also z.B. gelten:

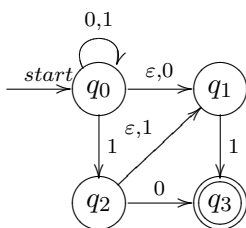
$$\begin{aligned} f_M(10) &= 11 \\ f_M(100) &= 110 \\ f_M(1001) &= 1100 \\ f_M(10011010) &= 11001111 \end{aligned}$$

Begründen Sie Ihre Lösung stichpunktartig.

Hausaufgabe 3.6 (Analyse eines NEA und Konversion in DEA)

[3 Punkte]

Gegeben sei der ε -NEA $A = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_3\})$, wobei δ durch die folgende Graphik definiert ist:



1. Wandeln Sie den ε -NEA A mit Hilfe der optimierten Teilmengenkonstruktion in einen DEA A' um, der dieselbe Sprache wie A akzeptiert.
2. Geben Sie die Sprache an, die A akzeptiert. Beweisen Sie Ihre Vermutung induktiv mit Hilfe von Konfigurationen.

Hausaufgabe 3.7 (Konstruktion eines NEA)

[Bonus: 3 Punkte]

Entwerfen Sie einen ε -NEA, der die folgende Sprache akzeptiert: Die Menge aller Zeichenketten w über $\{a, b, c\}$, die eine gerade Anzahl a 's enthalten oder für die gilt: wenn an zwei beliebigen Stellen i und j mit $1 \leq i \leq j \leq |w|$ jeweils ein b steht, dann ist $j - i$ durch 3 teilbar.

Nutzen Sie den Nichtdeterminismus, um die Anzahl der Zustände möglichst klein zu halten. Begründen Sie Ihre Lösung.

Tipp: Entwickeln Sie zunächst zwei Automaten A_1 und A_2 , die jeweils alle Zeichenketten akzeptieren, die die erste bzw. zweite der beiden oben genannten, oder-verknüpften, Bedingungen erfüllen. Überlegen Sie dann, wie man einen ε -NEA konstruiert, der sowohl die Sprache von A_1 als auch die Sprache von A_2 akzeptiert.