Übung zur Vorlesung

Theoretische Informatik I

Prof. Dr. Christoph Kreitz / Thomas Raths
Universität Potsdam, Theoretische Informatik, WS 2009/10

Blatt 6 (Version 2) — Abgabetermin: 08.12.2008, 10:00 Uhr

Vorbereitung auf die nächste Vorlesung: Vertiefen Sie das Thema "Eigenschaften regulärer Sprachen". Verwenden Sie hierzu z.B. die Vorlesungsfolien der Einheit 2.5, die Kapitel 4.1-4.4. des Buches von Hopcroft, Motwani und Ullman, eines der empfohlenen Bücher oder das Internet.

Aufgabe 6.1 (Analyse von Grammatiken, Umwandlungen)

Gegeben sei die Grammatik $G{=}(\{S,T,U,V\},\{a,b,c,d,e,f\},P,S)$ mit
$P{=}\{S{\to}\varepsilon,\ S{\to}aS,\ S{\to}Sb,\ S{\to}T,\ T{\to}dV,\ T{\to}Ue,\ T{\to}fU,\ U{\to}\varepsilon,\ V{\to}dT\}$.

1. Geben Sie den Typ dieser Grammatik an und eine Ableitung des Wortes $addddebb$.
2. Geben Sie einen regulären Ausdruck und einen ε-NEA an, der die Sprache $L(G)$ beschreibt.
3. Geben Sie eine rechtslineare Grammatik G' an, die die Sprache $L(G)$ beschreibt.
   Welchen Typ hat die Sprache $L(G)$?

Aufgabe 6.2 (Konstruktion von Grammatiken)

1. Konstruieren Sie eine rechtslineare Grammatik für die Sprache, die der reguläre Ausdruck $0^*(1(0+1))^*$ beschreibt. Geben Sie einen endlichen Automaten an, der diese Sprache akzeptiert.
2. Konstruieren Sie eine linkslineare Grammatik für die Sprache, die der reguläre Ausdruck $(0{+}1)^*01(0{+}1)^*$ beschreibt. Geben Sie einen endlichen Automaten an, der diese Sprache akzeptiert.
3. Konstruieren Sie eine Grammatik für die Sprache $\{0^n1^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ und geben Sie den Typ Ihrer Grammatik an.
   Beweisen Sie, dass Ihre Grammatik die Sprache erzeugt.

Aufgabe 6.3 (Etwas zum Nachdenken)

Gibt es einen regulären Ausdruck, der die Menge aller korrekt gebildeten regulären Ausdrücke über einem festen Alphabet Σ beschreibt? Falls ja, geben Sie solche einen an. Begründen Sie Ihre Antwort.

Hausaufgabe 6.4 (Analyse von Grammatiken, Umwandlungen)

[3 Punkte]

Gegeben sei die Grammatik $G = (\{S, T, V\}, \{a, b\}, P, S)$ mit
$P = \{S \to aa, S \to aS, S \to Sa, aSa \to aTa, T \to bVb, V \to Va, V \to a\}$.

1. Geben Sie die Sprache $L(G)$ und, falls möglich, einen regulären Ausdruck für $L(G)$ und einen ε-NEA an.

2. Welchen Typ hat die Grammatik G und welchen Typ hat die Sprache $L(G)$?

3. Geben Sie eine rechtslineare Grammatik für die Sprache $L(G)$ an, falls dies möglich ist.

Hausaufgabe 6.5 (Konstruktion und Umwandlung von Grammatiken)

[3 Punkte]

1. Konstruieren Sie eine Grammatik G für die Sprache aller syntaktisch korrekten aussagenlogischen Formeln über die Aussagenmenge $\{p, q, r, s\}$ mit den logischen binären Operatoren $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$ und dem unären Operator $\neg$. Dabei kann eine Formel kann auch in Klammern stehen. $L(G)$ sollte also z.B. die Zeichenkette „$p \wedge q \Rightarrow ((r \Leftrightarrow s) \Rightarrow (p \vee \neg s))$“ enthalten, die Zeichenkette „$p \Rightarrow \vee qr\neg p$“ dagegen nicht. Geben Sie den Typ Ihrer Grammatik an.

2. Wandeln Sie die rechtslineare Grammatik aus Aufgabe 6.1.3 in eine linkslineare Grammatik um. Erläutern Sie Ihr Verfahren.

Hausaufgabe 6.6 (Komposition endlicher Automaten)

[Bonus: 3 Punkte]

Zeigen Sie über die Darstellung als deterministische endliche Automaten, dass die regulären Sprachen bezüglich Vereinigung abgeschlossen sind: Seien $A_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_0^1, F_1)$ und $A_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_0^2, F_2)$ zwei DEAs, die die Sprache L_1 bzw. L_2 akzeptieren. Konstruieren Sie einen DEA $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, der die Sprache $L_1 \cup L_2$ akzeptiert. Beweisen Sie, dass Ihr Automat tatsächlich $L_1 \cup L_2$ akzeptiert.