Übung zur Vorlesung

Theoretische Informatik I

Prof. Dr. Christoph Kreitz / Thomas Raths
Universität Potsdam, Theoretische Informatik, WS 2009/10

Blatt 8 (Version 1) — Abgabetermin: —

Vorbereitung auf die Probeklausur: Wiederholen Sie alles, was Sie zum Thema "reguläre Sprachen" gelernt haben. Bearbeiten Sie dazu die Vorlesungsfolien der Einheiten 1 (Anhang) und 2.1–2.5, 3.1 alle bisherigen Übungsblätter (einschließlich des aktuellen) und z.B. die Kapitel 1-5 des Buches von Hopcroft, Motwani und Ullman, oder eines der empfohlenen Bücher.

Wegen der Weihnachtspause gibt es keine Hausaufgaben.

Aufgabe 8.1 (Satz von Myhill/Nerode)

Beweisen Sie mit Hilfe des Satzes von Myhill/Nerode, dass die Sprache
$L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = a^n b$ oder $w = b^n a$ für $n \in \mathbb{N}\}$ regulär ist und die Sprache
$L_2 = \{a^n b^m c^{n+m} \mid n, m \in \mathbb{Z}\}$ nicht regulär ist.

Aufgabe 8.2 (Pumping Lemma für reguläre Sprachen)

Beweisen Sie mit Hilfe des Pumping Lemmas, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind.

1. $L_1 = \{0^i 1^{3i} \mid i \in \mathbb{N}\}$.
2. $L_2 = \{0^{i^2} \mid i \in \mathbb{N}\}$.
3. $L_3 = \{ww \mid w \in \{0, 1\}^*\}$.

Aufgabe 8.3 (Fehlerhafte Beweisführung)

Wo sind die Fehler in den folgenden Beweisen für die Behauptung

Die Sprache $L_{011} = L(0^*11^*)$ ist nicht regulär.

1. Sei $n{>}0$ beliebig. Wir wählen $w = 0^{n-1}1 \in L_{011}$, also $|w| \geq n$. Sei $w = xyz$ eine Zerlegung mit $x = 0^{n-1}$, $y = 1$, $z = \varepsilon$. Also $y \neq \varepsilon$, $|xy| \leq n$. Wir wählen $k = 0$. Dann ist $xz = 0^{n-1} \notin L_{011}$. Also kann L_{011} nicht regulär sein.

2. Sei $n{>}0$ beliebig. Wir wählen $w = 0^n 1^n \in L_{011}$, also $|w| \geq n$. Aus dem Beweis der Nichtregularität von $L_{01} = \{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ (Einheit 2.5, Folie 24) wissen wir, daß w nicht aufgepumpt werden kann, d.h. es enthält kein Segment, das beliebig oft wiederholt werden kann, so dass das resultierende Wort in der Sprache liegt. Also kann L_{011} nicht regulär sein.

Aufgabe 8.4 (Das Pumping Lemma dient nicht dem Beweis für Regularität)

Im Gegensatz zum Satz von Myhill/Nerode kann das Pumping Lemma nicht dazu verwendet werden, um zu beweisen, daß eine Sprache regulär ist.
Zeigen Sie, dass die Sprache $L = \{a^i b^j c^k \mid i{\neq}0 \Rightarrow j{=}k\}$ die Bedingungen des Pumping Lemmas erfüllt und trotzdem nicht regulär ist.