Tutorium 09-05-06

Notiztitel 5/6/2009

Turingmaschine

- Arbeitsweise
- Analyse (f_M , t_M)
- Berechnen vs. akzeptieren

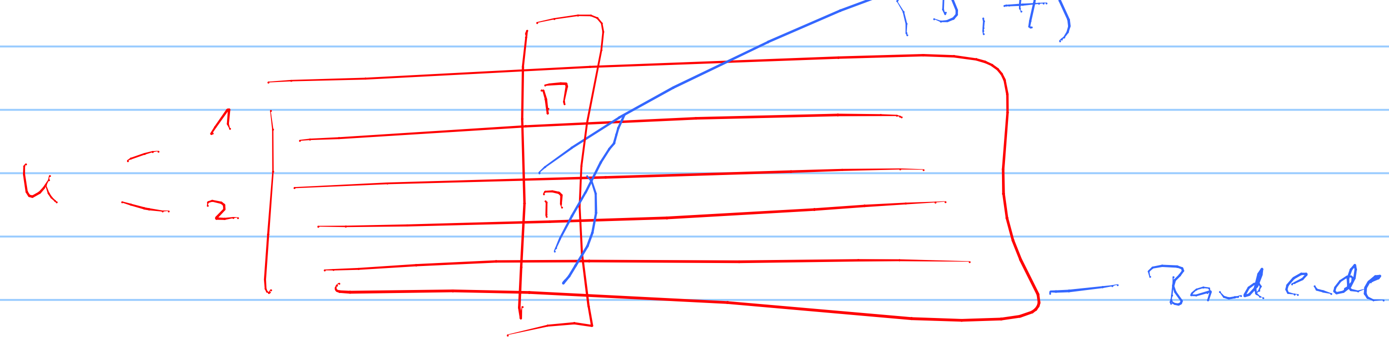
→ Analyse : wie genau ?
· Ü 2.4 / 2.5 / 2.3
→ Berechnung : terminieren vs $\boxed{f_M(w) = \bot}$
→ RE vs semi-entscheidbar ?

$$f(w) = \begin{cases} b^{l+1} c^{m+1} & \text{wenn } w = a^n b^l c^m \\ \cancel{X} \text{ error} & \text{sonst} \end{cases}$$

2.5 (b)

2.5 (a) k Bänder

Γ Bandalphabet $\{B, \#\}$

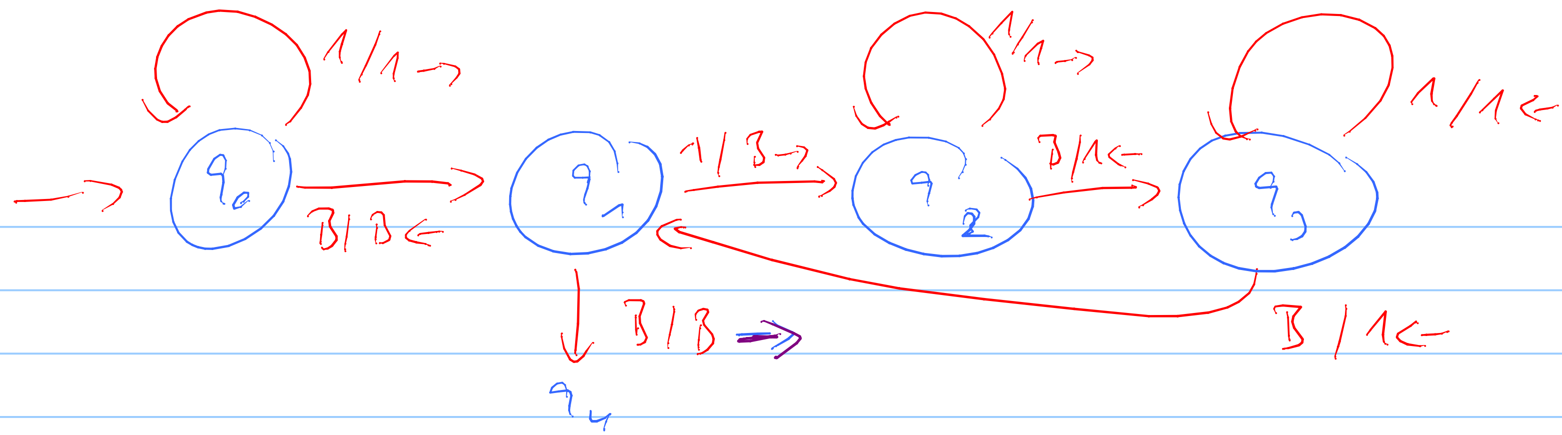


$|\Gamma| \times 2 \times |\Gamma| \times 2 \times 2$ $\quad k = 2$

$(|\Gamma| \cdot 2)^k \cdot 2 = 2^{k+1} \cdot |\Gamma|^k$

$\Gamma = \{a, b, c, B\}$ $\quad k = 3$ $\quad (\underbrace{a, B, b, \#, B, B, \#})$

<u>Analyse</u> M_4



<u>Behauptung</u> M_4 verdoppelt Einsen

1) In q_0 laufe aus Ende der Eingabe 1^n
stehen in q_1 über der letzte Eins

$\alpha(1^n)$ ist die Eingabekonfiguration

$$= (\varepsilon, q_0, 1^n) \vdash^n (1^n, q_0, B)$$

2) Fallanalyse $n=0$ / $n>0$

<u>$n=0$</u> $\alpha(1^n) \underset{\uparrow 0}{\vdash^n} (1^n, q_0, B) \vdash (\varepsilon, q_1, B) \vdash (\varepsilon, q_4, B)$

<u>Stop</u> 1

$$f_M(\varepsilon) = \omega(\varepsilon, q_4, B) = \varepsilon$$

$\underline{n \geq 1}$

$$(1^n, q_0, B) \vdash (1^{n-1}, q_1, 1)$$
$$\vdash \cancel{(1^{n-1}B, q_2, B1)}$$
$$\vdash (1^{n-1}, q_3, B1)$$
$$\vdash (1^{n-2}, q_1, 111)$$

2

was ist wenn $n = 1$

$$\vdash (B, q_1, B11)$$
$$\vdash \cancel{(B, q_4, BB11)}$$
$$\vdash (B, q_4, 11)$$

$$f_{M_4}(1) = 11$$

allgemeine Fall

$$(1^{n-k}, q_1, 1^{2k-1}) \vdash$$
$$\vdash (1^{n-k}B, q_2, 1^{2k-2})$$
$$\vdash^{2k-2} (1^{n-k}B, 1^{2k-2}, q_2, B)$$

$$\vdash (1^{n-k} B, 1^{2k-3}, q_3, 11)$$

$$\vdash^{2k-2} (1^{n-k}, q_3, B\,1^{2k-1})$$

$$\vdash (1^{n-k-1}, q_1, 11\,1^{2k-1})$$

2

solange $k+1 \leq n$

$$(1^{n-k}, q_1, 1^{2k-1}) \vdash^{4k-1} (1^{n-(k+1)}, q_1, 1^{2k+1})$$

$$(1^{n-1}, q_1, 1) \vdash^{\sum_{k=1}^{n} 4k-1} (\varepsilon, q_1, 1^{2n-1})$$

$$\vdash^{4n-2} (\varepsilon, q_3, B\,1^{2n-1})$$

$$\vdash (\varepsilon, q_1, B\,1^{2n})$$

$$\vdash (\varepsilon, q_4, 1^{2n})$$

1

$$\alpha(1^n) \vdash^{n+1} (1^{n-1}, q_1, 1) \vdash (\varepsilon, q_4, 1^{2n})$$

$$f_{M_4}(1^n) = 1^{2n}$$

$$t_{M_4}(1^n) = \cancel{n+1} + \sum_{k=1}^{n} (4k-1) + 4n$$

$$\approx \frac{4n^2}{2} + 4n$$

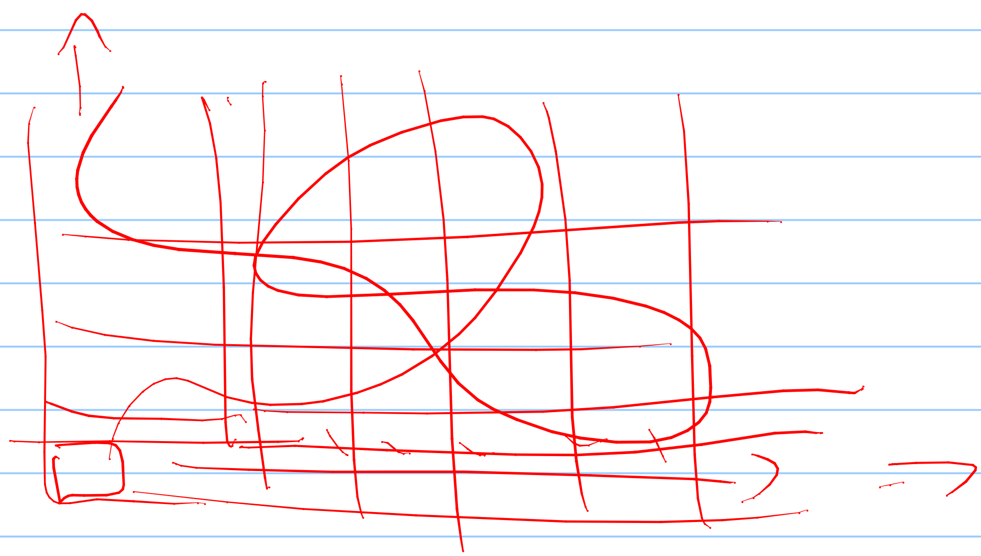
muß nicht genau sein

Laufzeit ist groß $2n^2$

$2n^2 \cancel{+ 6n + 2}$

asymptotische Abschätzung für großen n

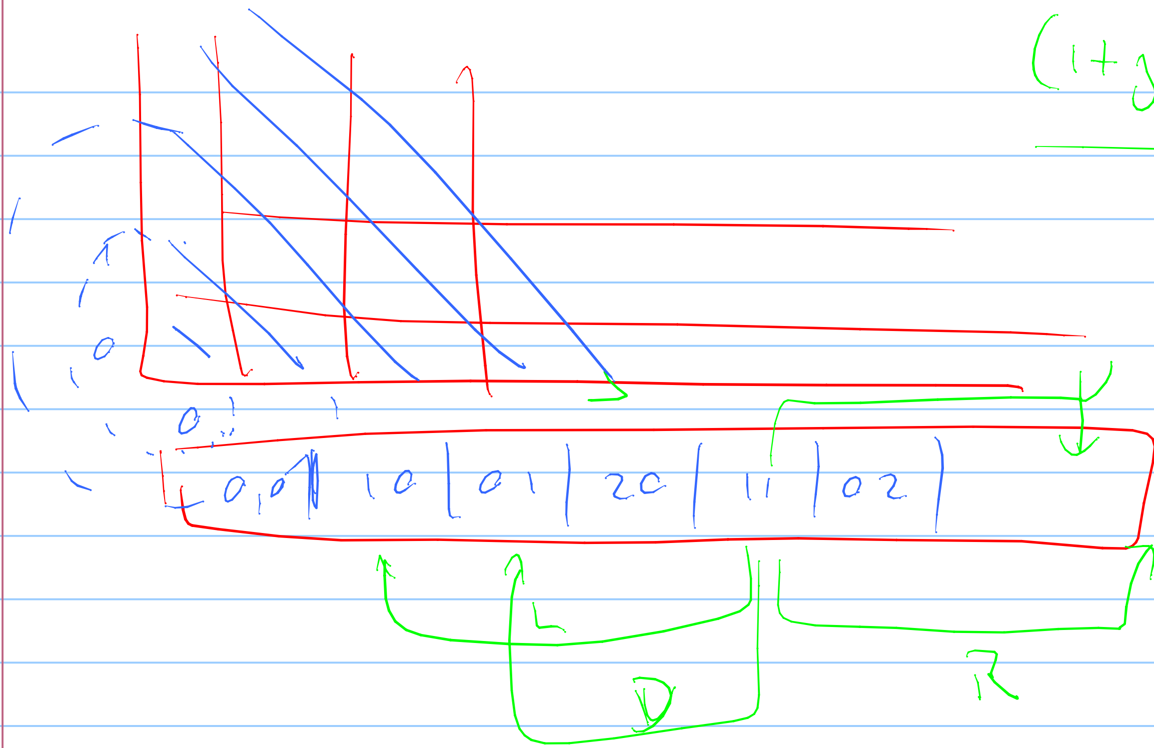
streichen alles bis auf dominante Ausdruck



Planare TM

Position von (i,j) auf 1 lin Band

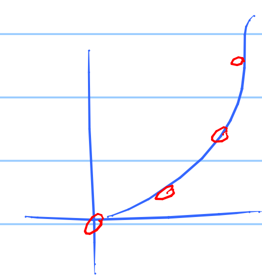
$$(i+j)(i+j+1)/2 + j$$



2.3 Berechnende TM f_M

Akzeptierende $L(M)$

wie hängt das zusammen?



Betrachte $graph(f) = \{ (x,y) \mid f(x) = y \}$

f Turing bb $\Leftrightarrow$ $graph(f)$ semi-entscheidbar

$\Rightarrow$ f Turing bb dh $f = f_M$ für eine TM M

(wobei codierung binär / unär)

wie 'entscheide' ich $graph(f)$

Eingabe paar (x,y) z.B als Strin

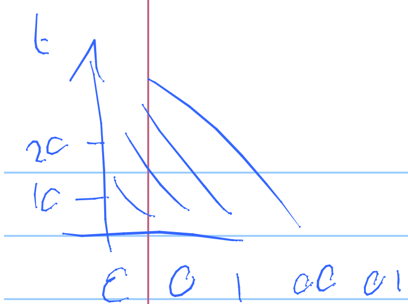
$(\varepsilon, q_0, x \# y)$

Schreibe x, y auf 2 Bänder

berechne mit UP für M $f_M(x)$ auf Band 1

teste $f_M(x) = y$ akzeptiere wenn ja, sonst verwerfe ✓

$\Leftarrow$ Trickige, aber ähnlich zu planare Maschine



gegeben TM M' die graph(f) akzeptiert

Berechne f(x)

Eingabe x – suche erstes y mit (x,y) ∈ graph(f)

muss simultan y und Rechenzeitgrenze erhöhen

~~[illegible]~~ wenn x,y ∈ graph(f)

dann gibt es eine RZ t mit

M erkennt (x,y) in t Schritte

simultanes erhöhen von y, t findet das