Tutorium 09-07-01

Notiztitel 5/6/2009

9.5 Euler Kreis

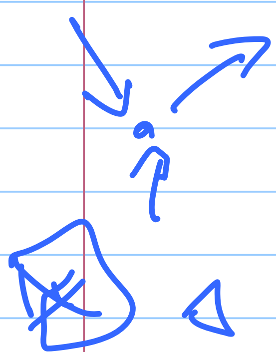
9.6 polynomiell zeigen – wie??

NP-hart (6.2 F12)

9.5 wie teste ich Existenz eines Eulerkreises?

- suche nach konkreten Kreis
  probiere alle Reihungen von Kanten → exp

- Hinweis wann hat Graph einen Eulerkreis
  a) zusammenhängend
  b) jeder Knoten hat gerade Grad



das brauchen Sie nicht zu beweisen (Mathe VL)

Muß aus a) und b) testen!!

e) Strecke alle Knoten ohne jede Kante

zusammenhängend?

Kruskal Algorithmus
konstruiert minimal spannende
Baum in $|E| \cdot \log |E|$
Schritten
polynomiell

alternativ:
berechne in Schritt i die von Knoten
v_0 erreichbaren Knoten
Schritt 0 $\{v_0\}$

polynomiell

Schritt $i+1$ $\{v \mid \exists v_i$ in i Schritte erreichbar $\wedge (v_i, v) \in E\}$
und maximal $|V|$ Schritte sind alle Knoten
erreicht oder es gibt keinen Fortschritt

$|V|$ Iterationen
in jeder Iteration maximal $|V||E|$ Schritte

zusammen $|V|^2 \cdot |E| \approx |G|^2$

polynom

b) für jedes $v \in V$ teste Anzahl der Elemente $(v_1, v_2) \in E$ mit $v = v_1$ oder $v = v_2$

Zahl muß gerade sein $|V| \cdot |E|$ Schritte

polynomiell

Reduktionsbeweis wäre

$EK \leq_p L$ mit $L \in P$

zusammenhängend & gerade Grad

schnelle direkte Lösung

$\text{Clique}_k = \{ (V, E), k \mid G = (V, E) \text{ Graph} \wedge \exists V_c \subseteq V$
$|V_c| = k \wedge$
$\forall v, v' \in V_c . v \neq v' \Rightarrow \{v, v'\} \in E \}$

k fest

Clique

Verfahren wähle k Knoten aus V
teste ob alle Knoten zusammenhängend
wiederhole bis Erfolg oder alles ausprobiert

Laufzeit = Anzahl mögliche Auswahlen $= |V|^k$
$*$ Zeit für Test $= |V_c|^2 \cdot |E|$
$k^2 \leq |V|^2 \quad \leq |V|^2$

insgesamt $\mathcal{O}(|V|^{k+4})$ Polynom
wenn k fest

gemerkt?

$$\frac{k \cdot (k-1)}{2} \cdot \frac{|V| \cdot (|V|-1)}{2}$$

$n \cdot \log_2 n$

Quicksort $|q - \text{upper}| = \frac{3}{4} |\text{upper} - \text{lower}|$

$\left(\frac{3}{4}\right)^k \cdot |L| = 0 \rightarrow k = \log_{4/3} |L|$
$= \cancel{\log_2 |L| \cdot \log_{4/3}}$

$$= \log_2 |L| \cdot \boxed{\frac{\log(n/3)^2}{2{,}5}}$$

9.7 für jedes bb $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ gibt es eine entscheidbare Menge L die von keiner TM M mit $T_M \in O(f)$ entschieden werden kann!

$T_M \in O(f)$ heißt (wenn $M = M_i$)

$$\Phi_i(j) \le c \cdot f(j) \quad \text{für alle } j > n_0$$
$$\varphi_i(j) = 1 \quad \text{falls } j \text{ akzeptiert wird}$$

daß darf für kein i, c gelten!

Suche L mit

$$j \in L \iff \boxed{\Phi_i(j) > c \cdot f(j) \ \vee \ \varphi_i(j) \neq 1}$$

für alle i, c muß ein solches j existieren

$\boxed{c, i}$ müssen in y mit enthalten sein

$$L = \{ y = \langle i, c, x \rangle \mid \Phi_i(y) > c \cdot f(y) \ \vee \ \varphi_i(y) = 0 \}$$

$c \in \mathbb{N}$

ist entscheidbar
da Rechenzeit entscheidbar

Annahme M entscheidet L in $O(f)$

d.h. $M = M_k$ und $T_M = \Phi_k$

und es gibt c, n_0 $\quad \Phi_k(y) \leq c \cdot f(y)$
für alle $y \geq n_0$

und $y \in L \iff \varphi_k(y) = 1$

wähle $y = \langle k, c, n_0 \rangle > n_0$

$y \in L \overset{\text{Def } M}{\iff} \varphi_k(y) = 1 \ \wedge \ \Phi_k(y) \leq c \cdot f(y)$

Logik $\iff \neg \left(\varphi_k(y) = 0 \ \vee \ \Phi_k(y) > c \cdot f(y) \right)$

$\underset{\text{Def } L}{\iff} \quad y = \langle u, c, n_0 \rangle \notin L$ ↯

vermutlich geht es auch mit einfachem L