

Tutorium 09-07-15

Notiztitel

5/6/2009

- Asymptotische Güter

- U_{opt} minimales Gewicht bei fester Nutz

$$UP = \{ \underbrace{g_1, g_2, \dots, g_n}_{G}, \underbrace{a_1, \dots, a_n}_{A} \mid \exists I \subseteq \{1, \dots, n\} \sum_{i \in I} g_i \leq G \quad \left. \begin{array}{l} \sum_{i \in I} a_i \geq A \\ I \neq \emptyset \end{array} \right\}$$

Keine Binärität

optimale: jede minimal mögliche G

Schema

$$\mathcal{D} = \{ \overbrace{(g_1, \dots, g_n, a_1, \dots, a_n, A)}^x \mid \forall g_i \in \mathbb{N}, a_i \in \mathbb{N} \}$$

Binärität

* $L(x) =$ Menge der Lösungen für $x = (g_1, \dots, g_n, a_1, \dots, a_n, A)$

$$\{ I \subseteq \{1, \dots, n\} \mid \sum_{i \in I} a_i \geq A \}$$

alle Mengen von Gegenständen mit Nutzen $\geq A$

• Bewertung $W: L(K) \rightarrow \mathbb{R}^+$

$$W(I) = \sum_{i \in I} g_i$$

das Gewicht der
gewählten Gegenstände

• Ziel

Minimiere $W(I)$

b) $A = 12$

5	3	5	7	4	8
3	3	8	2	6	9

$$g_2 = 9$$

c) Wenn $UP \in P$ wie lösen wir UP_{opt} in p -Zeit

1) Bestimme optimales G (minimale G)

2) Bestimme dann die faktische Menge I

be. Eingabe $x \in (g_1 \dots g_n, G, a_1 \dots a_n, A)$

Liefert Algorithmus die Antwort ob $x \in K$? ist

Wie bestimmen wir optimales Q ?

Start $G_0 = \sum_{1 \leq i \leq n} g_i$

wenn ja $G_1 = \frac{G_0}{2}$ wiederhol Frage

wenn nein erhöhe auf $\frac{3}{2} G_1$
ja $\frac{1}{2} G_1$



Anzahl der K -Frage ist $\log G_0$
d.h selbst bei exponentiell Großen G ist
Antwort in poly-Zeit möglich

① Bist poly-Algorithmus um bei Eingabe
 $(g_1, \dots, g_n, a_1, \dots, a_n, A)$ optimales Q zu berechnen

② Bestimme $I \subseteq \{1, \dots, n\}$

gebe $(g_1, \dots, g_n, a_1, \dots, a_n, A)$

entferne beliebiges g_i, a_i behalte A !!

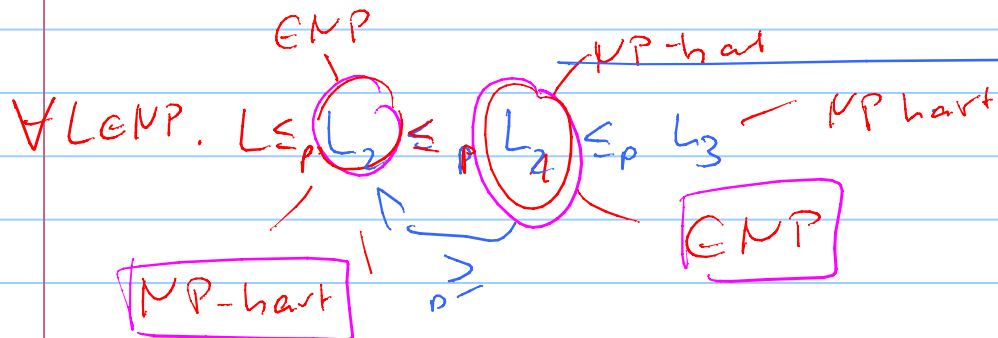
wenn G_{opt} wächst, dann $1 \in I$!

denk $(a_1, \dots, a_{i-1}, a_{i+1}, \dots, a_n, b_1, \dots, b_{i-1}, b_{i+1}, \dots, b_n, A)$

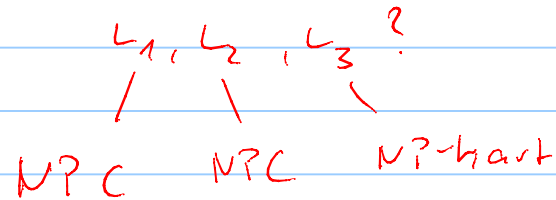
hat optimale Lösung größer als G_{opt}
Wiederhole für alle $i \leq n$
liefert eine optimale Lösung in n Iterationen

insgesamt poly-Zeit

11.4



was wissen wir über

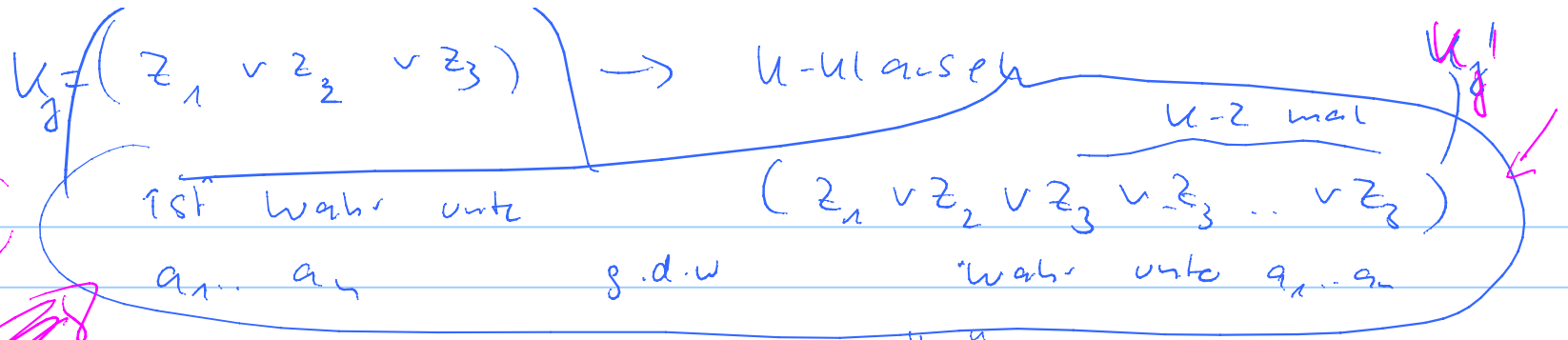


11.5

d k -SAT \in NPC (3 -SAT)

1) k -SAT \in EMP wie SAT ←

2) 3 -SAT $\leq_p k$ -SAT



nur noch Frage: (e) wie sieht f genau aus ✓
 (f) was ist jede Zeit = $m \cdot k - 2$ poly

Korollar:

(8) $K_1 \dots K_m \in 3\text{-SAT} \Leftrightarrow \exists a_1 \dots a_n$ K_i wahr unter $a_1 \dots a_n$
 \Leftrightarrow " " K'_i " "
 $\Leftrightarrow \underline{K'_1 \dots K'_m} \in K\text{-SAT}$
 $f(K_1 \dots K_m)$ ✓

$K\text{-SAT} \in NP$

in jeder Klausel prüfe jedes Literal auf Wert 1

a) Rate Belegung $a_1 \dots a_n$

b) prüfe ob $a_1 \dots a_n$ alle Klauseln erfüllt

c) Rechenzeit: $m \cdot k \cdot \underbrace{(n \leq m \cdot k)}_{\text{Klauseln}} \in \mathcal{O}((m \cdot k)^2)$
 lit var poly

Urbild (mit Umkehrfunktion)

$$L_1 \subseteq_p L_2 \quad (\Leftrightarrow) \quad L_1 = f^{-1}(L_2) = \{x \mid f(x) \in L_2\}$$

einfache

$$\forall x. x \in L_1 \Leftrightarrow f(x) \in L_2$$



12.3

Wahrscheinlichkeit

Anzahl der gewählten Werte

$$P_{1 \dots 2n} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \dots \cdot \frac{1}{2}$$

Anzahl der möglichen Werte

Wahrscheinlichkeit dass } erfüllt
ein Literal wahr ist

= 1 - Wahrscheinlichkeit, daß alle falsch sind

$$1 - \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

3-SAT 5 Klauseln, Wahrscheinlichkeit der Erfüllbarkeit

Wahrscheinlichkeit daß alle 5 erfüllt werden

$$\frac{7}{8} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{7}{8} \dots = \left(\frac{7}{8}\right)^5 = 0.5129$$

Wahrscheinlichkeit, daß 4 erfüllt sind

↑ mindestens

eine nicht erfüllt

$$= \left(\frac{7}{8}\right)^5 + \left(\frac{7}{8}\right)^4 \cdot \frac{5}{8} \text{ genau 4 erfüllt:}$$

→ 0.879

$$\left(\frac{7}{8}\right)^4 \cdot \frac{1}{8} \cdot 5$$