Tutorium 09-07-22

Notiztitel 5/6/2009

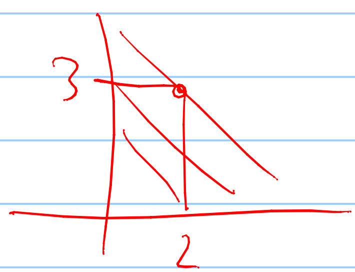
31.7 $13^{00} - 15^{00}$ Klausur

verhält und Namen

Notation: $\boxed{f\langle i,j\rangle} \hat{=} f(\langle i,j\rangle)$

$(i+j)(i+j+1)/2 + j$

„Standard tupel funktion bijektiv)



$f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$

Im 'Algorithmus' wird auf alle Komponenten zugegriffen $\underbrace{\pi_1(n)}_{i}$ $\underbrace{\pi_2(n)}_{j}$ $\underbrace{f(n)}_{\langle i,j\rangle}$

alle 'modernen' Programmiersprachen unterstützen Patterns als Eingabe

$f\ [\langle i,j\rangle; x; y; 0]$ d.h.

f erwartet als Eingabe eine Liste von 4 Elementen

erstes ist Paar, letztes ist 0

Frage: Satz von Rice 'extensional'

13.4a Satz greift nicht!

$M_a = \{ i \mid \varphi_i(i) \text{ gerade} \}$

extensional: es hängt nur von der Funktion ab
nicht von Programm

hier Verhalten der Funktion hängt ab von Programm
"intensional"

$mul_4 = \varphi_5 = \varphi_{137}$ $\varphi_5(5)$ gerade

$\varphi_{137}(137)$ gerade

Satz v. Rice ist $\underbrace{mul_4}(5)$ gerade ?

$M_a = \{ i \mid \varphi_i \in ? \}$? ? Menge von Funktionen
Menge von Programmnummern

Gedacht $M_a = \{ i \mid \forall n .\ \varphi_i(n) \text{ gerade} \}$

$\emptyset \neq P = \{ f : \mathbb{N} \to \mathbb{N} \mid \forall n .\ f(n) \text{ gerade} \} \neq \mathcal{B}$

$M_a = \{ i \mid \varphi_i \in P \}$

Menge alle bb Funktionen

P nicht trivial, denn

a) $\lambda x.2 \in P$ (f mit $f(x) = 2 \in P$)

b) $\lambda x.3 \notin P$ (f mit $f(x) = 3 \notin P$)

$\varphi : \mathbb{N} \to$ bb Funktion $\mathcal{B}$

$EQ = \{ \langle i, j \rangle \mid \varphi_i = \varphi_j \}$ $\quad \langle 5, 137 \rangle \in EQ$

Entscheidung wird für jede beliebige Eingabe getroffen

0.999999|8
0.999999|9
$\in$ 1.0000

Reduktion — nicht

$$L \leq_p L' \leq L''$$

$L_4 \;\; \vee\!\mid$ — entscheidbar

$f(x) = (x, x, x)$ ist berechenbar & total

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \varphi_x(x) \doteq \emptyset \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$= 1 \dot{-} \varphi_x(x)$ berechenbar aber ? total ?

$add_f = \cancel{\lambda n}\ \lambda f.\lambda x.\ \bar{1}\ f\ ((\boxed{\lambda f}\ \lambda x.\ \bar{2}\ (n\ f)\ x)\ f\ x)$ $\quad \bar{1}$

$add_f\ \bar{1}$

$\bar{1}$

$\lambda f.\lambda x.\ \bar{1}\ f\ (\bar{2}\ (\bar{1}\ f)\ x)$

$\bar{1} = \lambda f.\lambda x\ f\ x$ $\qquad \lambda f.\lambda x\ f\ x$ $\quad$ ②

$\bar{2} \quad \lambda f\ \lambda x\ f(f\ x)$ $\qquad \lambda f\ \lambda x.\ f\ (\bar{2}\ (\bar{1}\ f)\ x)$

$L \quad \lambda f \, \lambda x \; f \, f \, x$

$\lambda f \; \lambda x \; f \; ((\cancel{\bar{2}} f) ((\cancel{\bar{2}} f) \; x))$

$\lambda f \, \lambda x \, f x$

$= \lambda f \; \lambda x \; f \; (f \; (f \; x)))$

$(\lambda f . \lambda x . \; \bar{2} \; (n \; f) \; x) \quad f \quad x$

$\lambda f . \lambda x ((\bar{1} \; f) \; z)$

$f \; a \; b \; c$

$= (((f \; a) \; b) \; c$

$\lambda x . \; a \; b \; c$

$= \lambda x . (a \; b \; c)$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{function}(f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}) \; (x : \mathbb{N}) \\ = \\ (\bar{1} \quad f) \; z \end{array}}$$

$H \quad a$

$(\lambda f . \lambda x . \quad \bar{1} \; f \; z \;) \quad a$

H

$\bar{n} = \lambda f . \lambda x . \; f^n \; x$

$$f_\le(m,n) = \begin{cases} 1 & m \le n \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$ ← muß p.r. sein

$\mathrm{sign}(n+1 \dot- m)$

Begründung $m \le n$ wenn $n-m \ge 0$

bzw $n+1 \dot- m \ge 1$

$m > n$ wenn $n+1 \le m$ bzw $(n+1)-m \le 0$

$M_c \{ i \mid \varphi_i(55) = \perp \}$ nicht aufzählbar

a) Satz von Rice $\Rightarrow$ M_c nicht entscheidbar

b) $\bar{H} \le M_c$ ✓ $\{ \langle i,j \rangle \mid \varphi_i(j) = \perp \}$ ✗

c) $\bar{M}_c = \{ i \mid \varphi_i(55) \ne \perp \}$ ist aufzählbar

ist definiert

$\bar{M}_c$ aufzählbar, M_c aufzählbar $\Rightarrow$ M_c entscheidbar ↯

Reduktion: Eingabe $\langle i, j \rangle$ ausgeben ?

$M_c \leq \overline{H}$

13.5

$$f(n) = \begin{cases} 1 & \varphi_n(n) = \bot \\ \bot & \text{sonst} \end{cases}$$

Annahme f bb

dann ist $f = \varphi_j$ für ein j und

$$\varphi_j(j) = f(j) = \begin{cases} 1 & \varphi_j(j) = \bot = f(j) \\ \bot & \text{sonst} \end{cases}$$

↯

d.h. $f(j)$ definiert g.d.w. $f(j)$ undefiniert

also f nicht bb