

Theoretische Informatik II

Prof. Christoph Kreitz / Jens Otten

Universität Potsdam, Theoretische Informatik — Sommersemester 2010

Blatt 1 — Abgabetermin: 30. April 2010, 11.00 Uhr (freiwillig/empfohlen)

Quiz 1

Markieren Sie die nachfolgenden Aussagen als wahr (w) oder falsch (f).

- [] Ein Abakus kann als Modell zur Definition der Berechenbarkeit dienen.
- [] Der Konfigurationsübergang $(111, q_1, 111) \vdash (11, q_0, 0111)$ entsteht, wenn eine nicht-deterministische Turingmaschine eine 0 auf das Band schreibt und den Kopf nach links bewegt.
- [] Eine Turingmaschine hält genau dann, wenn sie in einen akzeptierenden Zustand kommt.
- [] Eine deterministische Turingmaschine, die den Nachfolger einer natürlichen Zahl berechnet, muss mindestens einen akzeptierenden Zustand haben.
- [] Für die Rechenzeit $t_M(w)$ und den Speicherbedarf $s_M(w)$ einer Turingmaschine M auf die Eingabe w gilt $s_M(w) \leq t_M(w) + 1$.

Aufgabe 1.1

(Berechnende Turingmaschinen)

Sei $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{0, 1\}, \{0, 1, B\}, \delta, q_0, B, \{\})$ eine Turingmaschine mit der Übergangsfunktion $\delta(q_0, 0) = (q_0, 0, R)$, $\delta(q_0, 1) = (q_0, 1, R)$, $\delta(q_0, B) = (q_1, B, L)$, $\delta(q_1, 0) = (q_2, 1, L)$, $\delta(q_1, 1) = (q_1, 0, L)$, $\delta(q_1, B) = (q_2, 1, L)$, $\delta(q_2, 0) = (q_2, 0, L)$, $\delta(q_2, 1) = (q_2, 1, L)$ und $\delta(q_2, B) = (q_3, B, R)$.

- a) Stellen Sie δ durch eine Übergangstabelle und ein Übergangsdiagramm dar.
- b) Geben Sie die Konfigurationsübergänge bei Eingabe der Wörter 100 und 111 an.
- c) Geben Sie die Funktion f_M an, die durch M berechnet wird.

Aufgabe 1.2

(Akzeptierende Turingmaschinen)

Geben Sie eine Turingmaschine $M = (Q, \{0, 1\}, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$ an, die die folgende Sprache akzeptiert:

$$L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w| \equiv_{\text{mod } 3} 2\}.$$

- a) Geben Sie δ durch eine Übergangstabelle und ein Übergangsdiagramm an.
- b) Falls möglich, testen Sie Ihre Turingmaschine mit Hilfe des Turingmaschinen-Simulators leanTM, der auf der Webseite zum Download bereitsteht.

Hausaufgabe 1.3*(Berechnende Turingmaschinen)*

Geben Sie eine Turingmaschine $M = (Q, \{a, b\}, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$ mit $|Q| \leq 6$ an, die die Funktion $f(a^n) = a^n b^n$ für $n \in \mathbb{N}$ berechnet.

- Beschreiben Sie zunächst knapp und präzise wie Ihre Turingmaschine funktioniert.
- Geben Sie dann die Übergangsfunktion δ durch eine Übergangstabelle und ein Übergangsdiagramm an. Denken Sie daran, dass Ihre Turingmaschine für nicht definierte Eingaben nicht anhalten darf.

Testen Sie Ihre Turingmaschine mit dem Turingmaschinen-Simulator leanTM.

Hausaufgabe 1.4*(Terminierung von Turingmaschinen)*

- Sei $M_a = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$ eine Turingmaschine, die maximal $s \in \mathbb{N}$ viele Bandzellen benutzt und bei jeder Eingabe nach endlich vielen Schritten stoppt. Geben Sie die maximale Anzahl von Rechenschritten an, die M_a ausführen kann.
- Sei $M_b = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$ eine Turingmaschine mit $|Q|=2$ und $|\Gamma|=2$. Für jede Eingabe existiert ein $\alpha, \beta \in \Gamma^*$, so dass M_b die Konfigurationen $\dots \vdash^+ (\alpha, Z_1, X_1\beta) \vdash^+ (\alpha, Z_2, X_2\beta) \vdash^+ (\alpha, Z_3, X_3\beta) \vdash^+ (\alpha, Z_4, X_4\beta) \vdash^+ (\alpha, Z_5, X_5\beta) \vdash^+ \dots$ durchläuft, mit $Z_i \in Q, X_i \in \Gamma$. Geben Sie die von M_b akzeptierte Sprache $L(M_b)$ an.

Hausaufgabe 1.5*(Halbseitig unendliches Band)*

Zeigen Sie, dass jede Funktion $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$, die von einer Turingmaschine $M_f = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$ berechnet werden kann, auch von einer Turingmaschine $M'_f = (Q', \Sigma', \Gamma', \delta', q'_0, B, F')$ mit einem halbseitig unendlichen Band berechnet werden kann, wobei $\# \in \Gamma'$ das Ende des Bandes markiert. Tipp: Benutzen Sie 2 Spuren auf dem Band. Geben Sie die Übergangsfunktion $\delta' : Q' \times \Gamma' \rightarrow Q' \times \Gamma' \times \{L, R\}$ von M'_f in Abhängigkeit von δ an.

Jede Hausaufgabe wird nach folgendem Schema mit 0 bis 3 Punkten bewertet:

3 Punkte – die Aufgabe wurde im Wesentlichen korrekt gelöst

2 Punkte – die Aufgabe wurde nur teilweise gelöst

1 Punkt – die Lösung der Aufgabe enthielt größere Fehler oder Lücken

0 Punkte – die Aufgabe wurde nicht gelöst oder enthielt sehr viele Fehler oder Lücken

Sprechstunden

Sie haben Fragen, Anregungen oder Probleme? Sprechen Sie Ihren Tutor an oder direkt die Veranstalter:

- **Jens Otten** (Raum 1.20, jeotten@cs.uni-potsdam.de, Tel. 0331/977 3072): immer, wenn die Türe des Raumes 1.20 offen steht, und am Donnerstag 14.30 bis 16.30 Uhr.
 - **Prof. Christoph Kreitz** (Raum 1.18, kreitz@cs.uni-potsdam.de, Tel. 0331/977 3060): immer, wenn die Türe des Raumes 1.18 offen steht, und am Freitag 10.30 bis 11.30 Uhr.
-