

Theoretische Informatik II

Prof. Christoph Kreitz / Jens Otten

Universität Potsdam, Theoretische Informatik — Sommersemester 2010

Blatt 12 — Abgabetermin: 16. Juli 2010, 11.00 Uhr (freiwillig/empfohlen)

Quiz 12

Markieren Sie die nachfolgenden Aussagen als wahr (w) oder falsch (f).

- [] Die Menge $\{L \mid L \leq_p \emptyset\}$ enthält mehr als ein Element.
- [] Eine Turingmaschine, die eine Sprache deterministisch in logarithmischer Zeit entscheidet, ignoriert einen Teil der Eingabe.
- [] Näherungslösungen von polynomiellen Algorithmen für \mathcal{NP} -vollständige Probleme können unter der Annahme $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$ nicht optimal sein.
- [] Jeder nicht-probabilistischer Quicksort-Algorithmus hat bei ausgewählten Eingaben eine Laufzeit von $\mathcal{O}(n^2)$.
- [] Der probabilistische Quicksort-Algorithmus hat auf alle Eingaben eine *erwartete* Laufzeit von $\mathcal{O}(n \log n)$.

Aufgabe 12.1

(Komplement deterministischer Zeit-/Platzklassen)

- a) Zeigen Sie, dass deterministische Zeit- und Platzkomplexitätsklassen abgeschlossen sind gegenüber Komplementbildung:
Sei \mathcal{C} eine deterministische Zeit- bzw. Platzkomplexitätsklasse mit der Zeit- bzw. Platzschranke T bzw. S und Σ ein Alphabet. Dann ist $\mathcal{C} = \text{co-}\mathcal{C}$ mit $\text{co-}\mathcal{C} := \{\bar{L} \mid L \in \mathcal{C}\}$ und $\bar{L} := \Sigma^* \setminus L$, d.h. $\text{co-}\mathcal{C}$ ist eine Zeit- bzw. Platzkomplexitätsklasse mit der gleichen Zeit- bzw. Platzschranke T bzw. S .
- b) Funktioniert der Beweis aus Teil a auch für nichtdeterministische Komplexitätsklassen? Begründen Sie Ihre Aussage.

Aufgabe 12.2

(Komplexität von Binpack)

Sei

$$\text{Binpack} = \{(a_1, \dots, a_n, b, k) \mid a_i, b, k \in \mathbb{N} \text{ und } \exists f : \{1..n\} \rightarrow \{1..k\}, \text{ so dass} \\ \forall j \leq k : \sum_{i \in \{i \mid f(i)=j\}} a_i \leq b\}.$$

Zeigen Sie $\text{Binpack} \in \mathcal{P}$ oder $\text{Binpack} \in \mathcal{NPC}$.

Hausaufgabe 12.3

(Komplexität von Vertex-Cover)

Sei Vertex-Cover das Problem, ob es in einem Graphen $G = (V, E)$ eine "Knotenüberdeckung" der Größe k gibt, d.h.

$$\text{Vertex-Cover} = \{(G, k) \mid G=(V, E) \text{ ist ein Graph, } k \in \mathbb{N} \text{ und } \exists V' \subseteq V, \\ \text{so dass } |V'| = k \text{ und } \forall \{u, v\} \in E \text{ gilt } u \in V' \text{ oder } v \in V'\}.$$

Zeigen Sie $\text{Vertex-Cover} \in \mathcal{P}$ oder $\text{Vertex-Cover} \in \mathcal{NP}$.

Hausaufgabe 12.4

(co-NP und PSPACE)

- Geben Sie zwei Sprachen an, die in $\text{co-NP} \cap \mathcal{NP}$ liegen.
- Zeigen Sie: Aus $\mathcal{P} = \text{PSPACE}$ folgt $\mathcal{NP} = \text{co-NP}$.
- Die nicht-trivialen Sprachen für ein Alphabet Σ sind alle Sprachen außer \emptyset und Σ^* . Geben Sie eine Reduktionsrelation \leq_i , unter der alle nicht-trivialen Sprachen in PSPACE PSPACE -vollständig sind.

Hausaufgabe 12.5

(Komplement nichtdeterministischer Zeitklassen)

Definieren Sie ein nichtdeterministisches Turingmaschinen-Modell, dass für jede nichtdeterministische Zeitkomplexitätsklasse \mathcal{C} mit der Zeitschranke $\mathcal{O}(T)$ die Sprachen in $\text{co-}\mathcal{C} := \{\bar{L} \mid L \in \mathcal{C}\}$ in Zeit $\mathcal{O}(T)$ entscheidet.

Sprechstunden

Sie haben Fragen, Anregungen oder Probleme? Sprechen Sie Ihren Tutor an oder direkt die Veranstalter:

- Jens Otten** (Raum 1.20, jeotten@cs.uni-potsdam.de, Tel. 0331/977 3072): immer, wenn die Türe des Raumes 1.20 offen steht, und am Donnerstag 14.37 bis 16.30 Uhr. Die Sprechstunde am 15. Juli muss leider ausfallen.
 - Prof. Christoph Kreitz** (Raum 1.18, kreitz@cs.uni-potsdam.de, Tel. 0331/977 3060): immer, wenn die Türe des Raumes 1.18 offen steht, und am Freitag 10.30 bis 11.30 Uhr.
-