

Theoretische Informatik I

Einheit 5

Rückblick

Theoretische Informatik I



● **Automatentheorie und Formale Sprachen**

TI-1

- Endliche Automaten und reguläre Sprachen
 - Lexikalische Analyse
 - Kontextfreie Sprachen und Pushdown Automaten
 - Syntaxanalyse und Semantik
 - Allgemeine und kontextsensitive Sprachen
-

● **Theorie der Berechenbarkeit**

TI-2

- Berechenbarkeitsmodelle
- Aufzählbarkeit und Entscheidbarkeit
- Unlösbare Probleme (Unentscheidbarkeit)

● **Komplexitätstheorie**

TI-2

- Komplexitätsmaße und -klassen für Algorithmen und Probleme
- Nicht handhabbare Probleme (\mathcal{NP} -Vollständigkeit)

- **Endliche Automaten**

- Endliche Menge von **Zuständen** und **Eingabesymbolen**
- Verarbeitung von Eingabesymbolen ändert internen Zustand
- **Erkannte Sprache**: Abarbeitung endet in akzeptierendem Zustand
- Varianten: Deterministisch, nichtdeterministisch mit/ohne ϵ -Übergänge
- Umwandlung in deterministische Variante über Teilmengenkonstruktion

REGULÄRE SPRACHEN

● Endliche Automaten

- Endliche Menge von Zuständen und Eingabesymbolen
- Verarbeitung von Eingabesymbolen ändert internen Zustand
- **Erkannte Sprache**: Abarbeitung endet in akzeptierendem Zustand
- Varianten: Deterministisch, nichtdeterministisch mit/ohne ϵ -Übergänge
- Umwandlung in deterministische Variante über Teilmengenkonstruktion

● Reguläre Ausdrücke

- **Algebraische Notation** für Sprachen: ϵ , \emptyset , Symbole von Σ , $+$, \circ , $*$
- Umwandelbar in ϵ -NEAs (iterative Konstruktion)
- DEAs umwandelbar durch Zustandselemination in VNEAs

REGULÄRE SPRACHEN

● Endliche Automaten

- Endliche Menge von Zuständen und Eingabesymbolen
- Verarbeitung von Eingabesymbolen ändert internen Zustand
- **Erkannte Sprache**: Abarbeitung endet in akzeptierendem Zustand
- Varianten: Deterministisch, nichtdeterministisch mit/ohne ϵ -Übergänge
- Umwandlung in deterministische Variante über Teilmengenkonstruktion

● Reguläre Ausdrücke

- **Algebraische Notation** für Sprachen: ϵ , \emptyset , Symbole von Σ , $+$, \circ , $*$
- Umwandelbar in ϵ -NEAs (iterative Konstruktion)
- DEAs umwandelbar durch Zustandselemination in VNEAs

● Grammatiken

- Beschreibung des **Aufbaus von Sprachen** durch **Produktionsregeln**
- **Erzeugte Sprache**: schrittweise Ableitung endet in Terminalworten
- Typ-3 (rechtsslineare) Grammatiken sind äquivalent zu ϵ -NEAs
Direkte Umwandlung zwischen Produktionen und Überföhrungsfunktion

EIGENSCHAFTEN REGULÄRER SPRACHEN

- **Abschlußeigenschaften**

- Operationen \cup , \cap , $\bar{}$, $-$, R , \circ , $*$, h , h^{-1} erhalten Regularität von Sprachen
- Verwendbar zum Nachweis von Regularität oder zur Widerlegung

EIGENSCHAFTEN REGULÄRER SPRACHEN

- **Abschlußeigenschaften**

- Operationen $\cup, \cap, \bar{}, -, ^R, \circ, *, h, h^{-1}$ erhalten Regularität von Sprachen
- Verwendbar zum Nachweis von Regularität oder zur Widerlegung

- **Automatische Prüfungen**

- Man kann testen ob eine reguläre Sprache leer ist
- Man kann testen ob ein Wort zu einer regulären Sprache gehört
- Man kann testen ob zwei reguläre Sprachen gleich sind

EIGENSCHAFTEN REGULÄRER SPRACHEN

- **Abschlußeigenschaften**

- Operationen \cup , \cap , $\bar{}$, $-$, R , \circ , $*$, h , h^{-1} erhalten Regularität von Sprachen
- Verwendbar zum Nachweis von Regularität oder zur Widerlegung

- **Automatische Prüfungen**

- Man kann testen ob eine reguläre Sprache leer ist
- Man kann testen ob ein Wort zu einer regulären Sprache gehört
- Man kann testen ob zwei reguläre Sprachen gleich sind

- **Minimierung von Automaten**

- Ein Automat kann minimiert werden indem man äquivalente Zustände zusammenlegt und unerreichbare Zustände entfernt

EIGENSCHAFTEN REGULÄRER SPRACHEN

● **Abschlußeigenschaften**

- Operationen \cup , \cap , $\bar{}$, $-$, R , \circ , $*$, h , h^{-1} erhalten Regularität von Sprachen
- Verwendbar zum Nachweis von Regularität oder zur Widerlegung

● **Automatische Prüfungen**

- Man kann testen ob eine reguläre Sprache leer ist
- Man kann testen ob ein Wort zu einer regulären Sprache gehört
- Man kann testen ob zwei reguläre Sprachen gleich sind

● **Minimierung von Automaten**

- Ein Automat kann minimiert werden indem man äquivalente Zustände zusammenlegt und unerreichbare Zustände entfernt

● **Pumping Lemma**

- Wiederholt man einen bestimmten Teil ausreichend großer Worte einer regulären Sprache beliebig oft, so erhält man immer ein Wort der Sprache
- Verwendbar zur Widerlegung von Regularität

Kompliziertere Struktur als reguläre Sprachen

- **Kontextfreie Grammatiken**

- Produktionsregeln ersetzen **einzelne Variablen** durch beliebige Worte
- Ableitungsbäume beschreiben Struktur von Terminalworten (**Compiler!**)
- Ableitungsbäume entsprechen **Links- (oder Rechts-)ableitungen**
- Programmiersprachen brauchen **eindeutig** bestimmbare Ableitungsbäume

Kompliziertere Struktur als reguläre Sprachen

- **Kontextfreie Grammatiken**

- Produktionsregeln ersetzen **einzelne Variablen** durch beliebige Worte
- Ableitungsbäume beschreiben Struktur von Terminalworten (**Compiler!**)
- Ableitungsbäume entsprechen **Links- (oder Rechts-)ableitungen**
- Programmiersprachen brauchen **eindeutig** bestimmbare Ableitungsbäume

- **Pushdown-Automaten**

- Nichtdeterministischer **endlicher Automat** mit **Stack** und ϵ -Übergängen
- Erkennung von Worten durch **Endzustand** oder **leeren Stack**
- Analyse durch Betrachtung von **Konfigurationsübergängen**
- Nichtdeterministische PDAs äquivalent zu kontextfreien Grammatiken
 - Umwandlung von **Konfigurationsübergängen in Regeln** und umgekehrt
- Deterministische PDAs weniger mächtig (nur eindeutige Typ-2 Sprachen)

- **Abschlußeigenschaften**

- Operationen \cup , R , \circ , $*$, σ , h^{-1} erhalten Kontextfreiheit von Sprachen
- **Keine** Abgeschlossenheit unter \cap , $\bar{}$, $-$

EIGENSCHAFTEN KONTEXTFREIER SPRACHEN

- **Abschlußeigenschaften**

- Operationen \cup , R , \circ , $*$, σ , h^{-1} erhalten Kontextfreiheit von Sprachen
- **Keine** Abgeschlossenheit unter \cap , $\bar{}$, $-$

- **Automatische Prüfungen**

- Man kann testen ob eine kontextfreie Sprache leer ist
- Man kann testen ob ein Wort zu einer kontextfreien Sprache gehört
- Man kann **nicht** testen ob zwei kontextfreie Sprachen gleich sind

Viele wichtige Fragen sind nicht automatisch prüfbar

EIGENSCHAFTEN KONTEXTFREIER SPRACHEN

- **Abschlußeigenschaften**

- Operationen \cup , R , \circ , $*$, σ , h^{-1} erhalten Kontextfreiheit von Sprachen
- **Keine** Abgeschlossenheit unter \cap , $\bar{}$, $-$

- **Automatische Prüfungen**

- Man kann testen ob eine kontextfreie Sprache leer ist
- Man kann testen ob ein Wort zu einer kontextfreien Sprache gehört
- Man kann **nicht** testen ob zwei kontextfreie Sprachen gleich sind

Viele wichtige Fragen sind nicht automatisch prüfbar

- **Pumping Lemma**

- Wiederholt man bestimmte Teile ausreichend großer Worte einer kontextfreien Sprache beliebig oft, so erhält man immer ein Wort der Sprache
- **Viele einfache Sprachen sind nicht kontextfrei**

- **Turingmaschinen als Maschinenmodell**

- Deterministischer endlicher Automat mit unendlichem Speicherband
- Äquivalent zu realen Computern
- Viele gleichmächtige Varianten
- Simulation nichtdeterministischer Maschine ist exponentiell

● **Turingmaschinen als Maschinenmodell**

- Deterministischer endlicher Automat mit unendlichem Speicherband
- Äquivalent zu realen Computern
- Viele gleichmächtige Varianten
- Simulation nichtdeterministischer Maschine ist exponentiell

● **Typ-0 Sprachen**

- Keine Einschränkung an Produktionsregeln
- Auch Terminalsymbole und ganze Wörter dürfen ersetzt werden
- Typ-0 Grammatiken sind äquivalent zu Turingmaschinen
 - Umwandlung von **Konfigurationsübergängen in Regeln** und umgekehrt

- **Turingmaschinen als Maschinenmodell**

- Deterministischer endlicher Automat mit unendlichem Speicherband
- Äquivalent zu realen Computern
- Viele gleichmächtige Varianten
- Simulation nichtdeterministischer Maschine ist exponentiell

- **Typ-0 Sprachen**

- Keine Einschränkung an Produktionsregeln
- Auch Terminalsymbole und ganze Wörter dürfen ersetzt werden
- Typ-0 Grammatiken sind äquivalent zu Turingmaschinen
 - Umwandlung von Konfigurationsübergängen in Regeln und umgekehrt

- **Entscheidbare Sprachen**

- Sprachen von Turingmaschinen, die immer terminieren

- **Turingmaschinen als Maschinenmodell**

- Deterministischer endlicher Automat mit unendlichem Speicherband
- Äquivalent zu realen Computern
- Viele gleichmächtige Varianten
- Simulation nichtdeterministischer Maschine ist exponentiell

- **Typ-0 Sprachen**

- Keine Einschränkung an Produktionsregeln
- Auch Terminalsymbole und ganze Wörter dürfen ersetzt werden
- Typ-0 Grammatiken sind äquivalent zu Turingmaschinen
 - Umwandlung von Konfigurationsübergängen in Regeln und umgekehrt

- **Entscheidbare Sprachen**

- Sprachen von Turingmaschinen, die immer terminieren

- **Typ-1 Sprachen**

- Produktionsregeln der Grammatiken dürfen Wörter nicht verkleinern
- Sprachen von Turingmaschinen mit linear beschränktem Band

FRAGEN ?