

## Wichtige graphentheoretische Definitionen

- Ein (ungerichteter) **Graph** ist ein Paar  $G = (V, E)$ , wobei  $V$  **endliche Menge** und  $E \subseteq \{ \{v, v'\} \mid v, v' \in V \wedge v \neq v' \}$ .  
Ein Graph ist darstellbar als Liste  $v_1, \dots, v_n, \{v_{i_1}, v'_{i_1}\}, \dots, \{v_{i_m}, v'_{i_m}\}$ .
- Ein Graph  $H = (V_H, E_H)$  ist genau dann **Subgraph** des Graphen  $G = (V, E)$  ( $H \sqsubseteq G$ ), wenn alle Ecken und Kanten von  $H$  auch Ecken bzw. Kanten in  $G$  sind:  
 $(V_H, E_H) \sqsubseteq (V, E) : \Leftrightarrow V_H \subseteq V \wedge E_H \subseteq E$
- $H = (V_H, E_H)$  ist **isomorph** zu  $G = (V, E)$  (kurz:  $H \cong G$ ), wenn die Graphen durch Umbenennung (bijektive Abbildung  $h : V_2 \rightarrow V_1$ ) ineinander überführt werden können:  
 $(V_H, E_H) \cong (V, E) : \Leftrightarrow \exists h : V \rightarrow V_H. (h \text{ bijektiv} \wedge E_H = \{ \{h(u), h(v)\} \mid \{u, v\} \in E \})$
- Die **Größe**  $|G|$  eines Graphen  $G = (V, E)$  ist die Anzahl  $|E|$  seiner Kanten.
- Der **Komplementärgraph** des Graphen  $G = (V, E)$  ist der Graph  $G^c = (V, E^c)$  mit  $E^c = \{ \{v, v'\} \mid v, v' \in V \wedge v \neq v' \} - E$ .
- Eine **Clique** der Größe  $k$  im Graphen  $G = (V, E)$  ist eine vollständig verbundene Knotenmenge  $V' \subseteq V$  mit  $|V'| = k$ .  
Dabei heißt  $V'$  **vollständig verbunden**, wenn gilt:  $\forall v, v' \in V'. v \neq v' \Rightarrow \{v, v'\} \in E$
- Eine **unabhängige Knotenmenge** der Größe  $k$  im Graphen  $G = (V, E)$  ist eine Knotenmenge  $V' \subseteq V$  mit  $|V'| = k$  mit der Eigenschaft  
 $\forall v, v' \in V'. v \neq v' \Rightarrow \{v, v'\} \notin E$
- Eine **Knotenüberdeckung** (Vertex cover) des Graphen  $G = (V, E)$  ist eine Knotenmenge  $V' \subseteq V$  mit der Eigenschaft  
 $\forall \{v, v'\} \in E. v \in V' \vee v' \in V'$
- Ein **Hamiltonscher Kreis** im Graphen  $G = (V, E)$  ist ein Kreis, der nur aus Kanten aus  $E$  besteht und jeden Knoten genau einmal berührt. Eine Beschreibungsmöglichkeit für Kreise sind Permutationen  $\pi : \{1..n\} \rightarrow \{1..n\}$  mit der Eigenschaft  
 $\forall i < n. \{v_{\pi(i)}, v_{\pi(i+1)}\} \in E \wedge \{v_{\pi(n)}, v_{\pi(1)}\} \in E$
- Ein Graph  $G = (V, E)$  heißt **zusammenhängend**, wenn jeder Knoten in  $V$  von jedem anderen Knoten über Kanten aus  $E$  erreichbar ist.
- Ein **gerichteter Graph** ist ein Paar  $G = (V, E)$ , wobei  $V$  endliche Menge und  $E \subseteq \{ (v, v') \in V \times V' \mid v \neq v' \}$ .  
Ein **Hamiltonscher Kreis** im gerichteten Graphen  $G = (V, E)$  ist ein gerichteter Kreis, der nur aus Kanten aus  $E$  besteht und jeden Knoten genau einmal berührt.

Weitere Konzepte und Beispiele findet man z.B. in

- S. O. Krumke, H. Noltemeier: *Graphentheoretische Konzepte und Algorithmen*, Teubner 2005.
- C. Meinel, M. Mundhenk: *Mathematische Grundlagen der Informatik*, Teubner 2002.
- K. Denecke: *Algebra und Diskrete Mathematik für Informatiker*, Teubner 2003.